

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт космических информационных технологий
Базовая кафедра интеллектуальных систем управления

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

_____ Ю.Ю. Якунин

«11» июня 2018 г.

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

27.03.03 «Системный анализ и управление»

Н-модели дискретно-непрерывных процессов с запаздыванием

Руководитель

подпись, дата

должность, ученая степень

Чжан Е. А.

инициалы, фамилия

Выпускник

подпись, дата

Скворцова И. И.

инициалы, фамилия

Красноярск 2018

РЕФЕРАТ

Бакалаврская работа по теме «Н-модели дискретно-непрерывных процессов с запаздыванием» содержит 60 страниц текстового документа, 20 рисунков, 11 таблиц, 30 формул, 35 использованных источников.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: Н-МОДЕЛИ, «ТРУБЧАТЫЕ» ПРОЦЕССЫ, ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ И НЕПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ, АПРИОРНАЯ ИНФОРМАЦИЯ, ИНДИКАТОРНАЯ ФУНКЦИЯ.

Цель работы состоит в повышении эффективности моделирования процессов с зависимыми входными переменными.

Для достижения данной цели были поставлены следующие задачи:

1. разработать и исследовать модель «трубчатых» процессов;
2. исследовать алгоритм вычисления объема области протекания «трубчатого» процесса;
3. провести численные исследования;
4. реализовать алгоритмы в виде программного модуля.

Для решения поставленных задач в работе использовались методы параметрического оценивания данных, анализа данных математического моделирования.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1 Проблемы моделирования в системном анализе.....	5
1.1 Модели и моделирование в системном анализе.....	5
1.2 Идентификация при различных уровнях априорной информации	7
1.3 Идентификация в «узком» и «широком» смысле.....	12
1.4 Примеры «трубчатых» процессов.....	15
Выводы.....	20
2 Н-модели дискретно-непрерывных процессов с запаздыванием	23
2.1 Постановка задачи идентификации	23
2.2 Н-модели «трубчатых» процессов	25
2.3 Модели Н-процессов	29
Выводы.....	33
3 Численные исследования	35
3.1 Вычислительный эксперимент.....	35
3.2 Разработанный программный модуль	52
Выводы.....	55
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	56
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	57

ВВЕДЕНИЕ

Для различных отраслей промышленности, например, строительная индустрия, производство электрорадиоизделий и нефтехимия, медицина, используется в основном непрерывная технология производства. Однако стоит заметить, что измерения показателей процесса происходит через различные интервалы времени, для различных переменных дискретность контроля будет разной. Это происходит потому, что одни переменные можно измерить только электрическим способом, а другие возможно измерить с помощью естественного (химического или физического) анализа. Получается, что их дискретность контроля во много раз больше. Следовательно, эти процессы могут рассматриваться как дискретно-непрерывные с запаздыванием. Кроме того, между входными переменными может существовать стохастическая зависимость. Нельзя забывать, что исследователю никак не может быть известно о наличии такого рода зависимости между входными переменными. Подобные процессы имеют название Н-процессы или «трубчатые». При идентификации трубчатых процессов стандартные модели не показывают удовлетворительный результат. Получается, что из-за зависимости между этими переменными, процесс проходит не во всей регламентированной области пространства переменных, а лишь в некоторой ее малой части. Эту особенность нельзя игнорировать при идентификации Н-процессов. Для подобных процессов нужно дополнить стандартные модели индикаторной функцией. Индикаторная функция основана на методе локальных аппроксимаций. Модель Н-процесса, которая содержит индикаторную функцию, называется «трубчатой».

1 Проблемы моделирования в системном анализе

1.1 Модели и моделирование в системном анализе

Моделью можно назвать объект-копию реального объекта-оригинала, модель заменяет оригинал в определенной окружающей среде для того, чтобы показать свойства и характеристики оригинала. Модели представляют реально существующие процессы, объекты, явления и дают возможность получить ответы на определенные вопросы [1].

Главная операция в системном анализе, это моделирование. Моделирование — процесс исследования реальной системы, который включает в себя построение обобщённой модели (или моделей), показывающей все основные характеристики, свойства, процессы и явления, а также взаимосвязи реальной системы. В процесс моделирования входит формализация изучаемой системы, построение модели системы, изучение её свойств и перенос полученных сведений на моделируемую систему. Произведенная модель исследуется в целях нахождения схожести результата применения различных многовариантных действий с ожидаемым результатом, сравнительных затрат ресурсов для каждого из вариантов, степени чувствительности модели к различным нежелательным внешним воздействиям. Вообще, назначением моделирования может быть поиск, оптимальных или близких к оптимальным, решений, оценка эффективности решений, определение свойств системы, установление взаимосвязей между характеристиками системы, перенос информации во времени и другое. Общими функциями моделирования являются описание, объяснение и прогнозирование поведения реальной системы. Качество модели немаловажное свойство, от него зависит результат всего системного анализа. Обычно качество модели определяет соответствие при сравнении требований, которые были предъявлены для исследования и полученных, с помощью модели в ходе описания системы, результатов.

Существует несколько видов моделирования [2]:

1. Детерминированное и стохастическое. При детерминированном моделировании каждому набору параметров соответствует определенный набор входных параметров, а при стохастическом моделировании некоторые входные или выходные параметры представляют собой случайные величины;

2. Статическое и динамическое, дискретное. При статическом моделировании описывается состояние объекта в фиксированный момент времени, а при динамическом моделировании исследуется объект во времени. При дискретном моделировании описывается поведение системы только в дискретные моменты времени;

3. Непрерывное и дискретно-непрерывное. При непрерывном моделировании отображаются непрерывные процессы в системах, а при дискретно-непрерывном моделировании выделяют наличие как дискретных, так и непрерывных процессов;

4. Мысленное моделирование и реальное моделирование. Мысленное моделирование используется, когда нет возможности для физического отображения и когда объекты нереализуемы в заданном временном интервале, но мысленное моделирование может быть реализовано в виде:

- наглядного;
- схематического;
- математического.

При реальном моделировании существует возможность исследования различных характеристик либо на целом реальном объекте, либо на какой-то его части. К видам реального моделирования относятся натурное и физическое моделирование.

1.2 Идентификация при различных уровнях априорной информации

Идентификация - это ряд действий, требуемый для построения математической модели [3]. Математическая модель объекта – это описание процесса с помощью математических средств: интегральных, дифференциальных, интегро-дифференциальных, алгебраических, разностных уравнений, а также множеств, неравенств и т.д. На этапе идентификации происходит:

- формулировка требований к данным (как следует выполнить сбор экспериментальных данных, как следует использовать, собранные в реальных условиях проведения эксперимента, данные);
- определение класса объектов (совокупность моделей-кандидатов), чтобы далее отобрать наилучшую модель;
- формирование критерия качества идентификации, его основой является адекватность объекта и настраиваемой модели; выбор способа оценки степени соответствия исследуемой модели экспериментальным данным;
- определение процедуры верификации модели (происходит проверка и подтверждение адекватности модели, выясняющая в какой степени модель действительно «объясняет» поведение изучаемой системы).

Исходя из имеющегося опыта теории и практики решения задач идентификации можно утверждать, что априорная информация и использование априорной информации при моделировании исследуемого процесса может оказаться определяющей [4]. В общем виде это может быть представлено схемой. Принятые обозначения на рисунке 1: A – оператор процесса, G – каналы измерения соответствующих переменных процесса, $u(t)$ – k -мерный вектор контролируемых входных переменных, $\theta(t)$ – вектор входных переменных не поддающихся контролю, $x(t)$ – n -мерный вектор выходных переменных, $h^u(t), h^x(t)$ – случайные помехи при измерении соответствующих переменных,

$u^h[t], x^h[t]$ – наблюдения переменных в дискретные моменты времени t через соответствующие интервалы времени Δt , $\xi(t)$ – случайные помехи, действующие на процесс, $\bar{x}(t)$ – выход модели. В блоке «Модель» на основании априорной информации об исследуемом процессе и анализе текущей информации $\{u^h[t], x^h[t], t = \overline{1, s}\}$ определен принятый класс моделей, там же происходит настройка (обучение) модели принятого класса. Далее обучающую выборку $\{u^h[t], x^h[t], t = \overline{1, s}\}$, для простоты записи, будем обозначать $\{u[t], x[t], t = \overline{1, s}\}$.

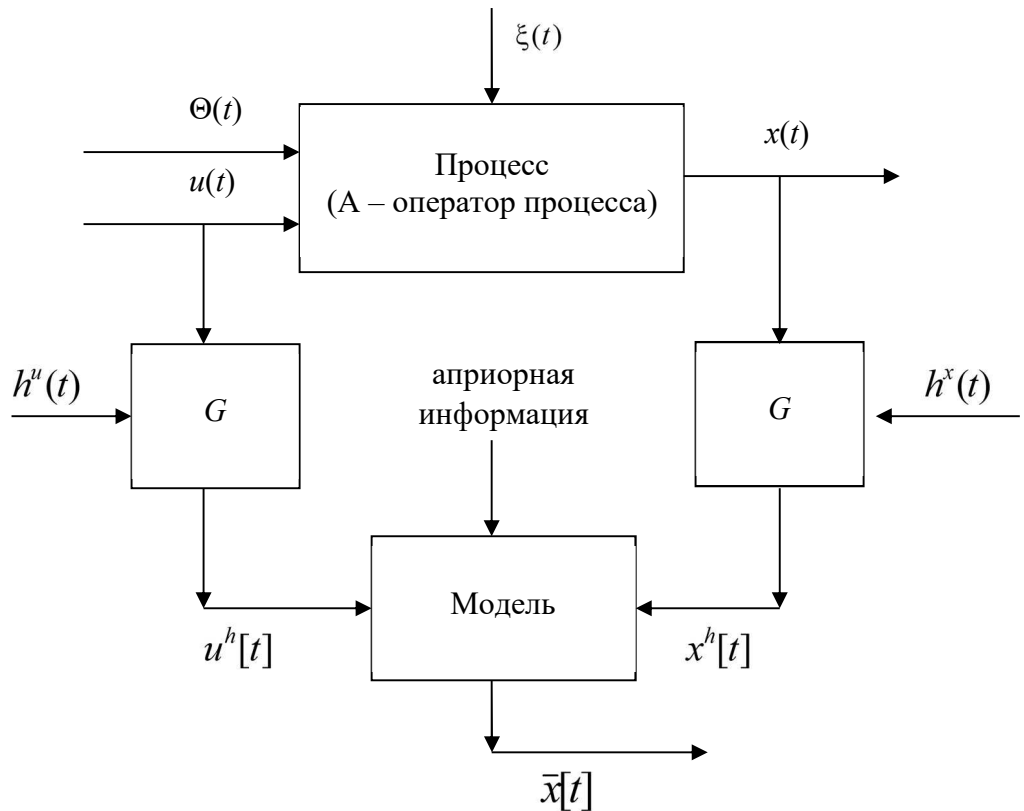


Рисунок 1 – Схема идентификации

Математическое представление исследуемого процесса может быть представлено в виде

$$x(t) = A\langle u(t), \theta(t), \xi(t), t \rangle \quad (1)$$

А его модель в форме

$$\bar{x}[t+1] = \bar{A}\langle u[t], [t] \rangle, \quad (2)$$

где \bar{A} – оператор модели, помимо этого все случайные факторы, которые действуют в каналах измерения и на процесс, имеют ограниченные дисперсии и нулевые математические ожидания.

Системы с максимальной, но неполной информацией

В этом случае, помеха $\xi(t)$ может быть точно измерена, а вот помехи $h(t)$ на рисунке 1 отсутствуют. Также точно известен оператор A , но входная переменная $\theta(t)$ отсутствует.

Системы с полной информацией

В данном случае оператор процесса A в (1) известен точно, но случайные помехи, которые действуют на объект и канала связи отсутствуют, также

$$u(t) \in \Omega(u(t)), \quad (3)$$

где $\Omega(u(t))$ – некоторая известная область допустимых значений $u(t)$. При решении задач управления и идентификации также возможно использование методов математической теории оптимальных процессов и других методов.

В этих системах присутствует независимое (пассивное) накопление информации. Здесь класс операторов A не известен точно. Но необходимыми являются предположения о классе оператора \bar{A} с точностью до вектора параметров и о плотности распределения всех случайных факторов (см. Рис.1), уравнения каналов связи G . Как правило, действующие на объект и в каналах измерения переменных плотности вероятности случайных факторов, предполагаются нормальными и аддитивными. Очевидно, что в этом случае просто необходимо наличие выборки $\{u[t], x[t], t = \overline{1, s}\}$, а наблюдения являются

статистически независимыми. Данные системы относятся к классу нейтральных или разомкнутых. Кроме того влияние входного воздействия $\theta(t)$ принимается как просто случайное воздействие, аналогичное помехе $\xi(t)$, следовательно, происходит объединенное входное случайное воздействие $(\theta(t), \xi(t))$. Однако, природа этих случайных воздействий на процесс существенно различна. $\theta(t)$ – переменные, которые не поддаются контролю или их контроль возможен частично через значительно (в десятки и сотни раз) превышающий интервал времени Δt и «имена» переменных известны исследователю. Помехи $\xi(t)$, обычно, это предполагаемое случайное воздействие на объект в теории стохастических систем.

Системы с активным накоплением информации

В данных системах особенностью уровня априорной информации является то, что задачи управления и задачи идентификации могут быть объединены. Элементы выборки измерений поступают последовательно в обучающую модель и систему управления, т.е. $(u[1]x[1]), (u[2]x[2]), (u[3]x[3]), \dots$. Значит, если происходит объединение этих задач, то выработка входных воздействий носит двойственный характер, то есть они должны быть одновременно и управляющими, и изучающими – обладать дуальным характером. Тем не менее, если действующие на процесс помехи аддитивны и в каналах измерения, то в целом система дуального управления может стать разомкнутой, то есть темп накопления информации становится независимым от значений входных переменных. Данные системы называются нейтральными или приводимыми к разомкнутому. Однако, существует класс неприводимых, то есть класс не нейтральных систем. Допустим, если $\xi(t)$ мультипликативна по отношению к $u(t)$.

Системы с непараметрической неопределенностью

При непараметрическом уровне априорной информации не существует модели, но требуется наличие некоторых сведений качественного характера о

процессе, допустим, неоднозначность или однозначность его характеристик, нелинейность для динамических процессов или линейность для динамических процессов. Для того, чтобы решить задачу идентификации на данном уровне априорной информации (идентификация в широком смысле) применяются методы непараметрической статистики.

Системы с параметрической неопределенностью

При параметрическом уровне априорной информации существует наличие параметрической структуры модели и некоторых характеристик случайных помех, это ограниченная дисперсия и нулевое математическое ожидание. Для того, чтобы оценить параметры используют в основном разнообразные итеративные вероятностные процедуры. А также при этих условиях решается задача идентификации в узком смысле.

Системы с параметрической и непараметрической неопределенностью

Задачи идентификации многосвязных систем с точки зрения практики являются важными. В этих системах объем исходной информации не соответствует ни одному из вышеописанных типов. Допустим, для отдельных характеристик многосвязного процесса на основании энергетических закономерностей, физико-химических закономерностей, закона сохранения массы, балансовых соотношений могут быть выведены непараметрические закономерности, а для других характеристик нет. Значит, происходит ситуация, когда задача идентификации формулируется в условиях непараметрической и параметрической априорной информации одновременно. Следовательно, модели тоже представляют собой взаимосвязанную систему непараметрических и параметрических соотношений.

1.3 Идентификация в «узком» и «широком» смысле

Выше уже было подмечено, что при моделировании различных дискретно-непрерывных процессов на сегодняшний день на вершине стоит концепция идентификации в узком смысле. Ее суть говорит нам с вами о том, что в первую очередь, на фундаменте уже полученной априорной информации, определяется параметрический класс оператора определенного объекта A^α [5]. К примеру,

$$\bar{x}_\alpha(t) = A^\alpha(u(t), \alpha), \quad (4)$$

где A^α является параметрической структурой модели, в то же время α — вектор параметров.

Затем производится оценивание параметров α на основании полученной выборки $\{x_i, u_i, i = \overline{1, s}\}$, в которой s — является объемом этой самой выборки. Успешность выполнения задачи идентификации в данном случае опирается на то, насколько хорошо был выбран оператор (4).

При решении практических задач идентификации нелинейных и линейных систем методы параметрической идентификации имеют широкое применение. На данный момент времени на тему оценивания параметров написано много работ и существует множество различных способов, методов и подходов параметрической идентификации [6, 7, 8, 9, 10]. Наряду с этим базовым методом нахождения параметров моделей является метод наименьших квадратов (МНК) [9, 11, 12, 13, 14]. Развитие применения МНК подвергло метод к изменению. Появились такие методы как обобщенный МНК (марковские оценки), метод штрафных функций, метод взвешенных наименьших квадратов и др. Также существуют и другие методы идентификации, которые нашли свое применение, допустим, методы на основе вероятностного подхода: байесовские оценки, оценки максимального правдоподобия, максимума апостериорной информации, алгоритмы стохастической аппроксимации и другие [10, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21].

Процесс оценивания параметров или параметрической идентификации это, нахождение значений параметров, которые характеризуют динамику поведение исследуемого объекта, при помощи определенных способов обработки экспериментальных данных, при том, что структура модели исследуемого объекта известна. Параметрами модели являются коэффициенты разностных уравнений, дифференциальных уравнений, нелинейных уравнений частотных характеристик, передаточных функций и т.д. В процессе параметрической идентификации предполагаемая структура может быть опровергнута или подтверждена. Требования к методам параметрической идентификации содержат в себе точное и быстрое определение оценок параметров [10]. Согласно этому, методы параметрической идентификации должны:

- обеспечивать получение оптимальных оценок искомых параметров;
- легко реализовываться и обеспечивать приемлемую скорость сходимости;
- формализовываться в достаточно общем виде.

Задача оценивания параметров модели объекта решается на практике с действиями различных помех. Входной сигнал может быть либо наблюдаем с действием шума, либо наблюдаем точно или вообще ненаблюдаем. А на выходной сигнал наблюдается всегда с действием на него шумом. Процесс оценивания параметров зависит от наличия априорных сведений о вероятностных характеристиках сигналов и от наблюдаемости сигналов.

Теперь о идентификации в широком смысле. При использовании этого метода возможно заметить ряд отличий. Например, данная идентификация исключает из себя этап выбора параметрического класса оператора. Чаще всего гораздо рациональнее определить класс, основываясь на информации качественного характера. К примеру, линеен ли процесс, или же нелинейный. Однозначный или неоднозначный и так далее. В данном случае цель идентификации состоит в том, чтобы оценить оператора на основании выборки $\{x_i, u_i, i = \overline{1, s}\}$

$$\bar{x}_s(t) = A_s(u(t), \bar{x}_s, \bar{u}_s), \quad (5)$$

в которой $\bar{x}_s = (x_1, x_2, \dots, x_s)$, $\bar{u}_s = (u_1, u_2, \dots, u_s)$ $\bar{x}_s = (x_1, x_2, \dots, x_s)$ - временные векторы. Оценивание оператора A_s может быть вполне осуществимо при помощи средств непараметрической статистики. Хотелось бы подчеркнуть, что при этом действии нет необходимости в выборе параметрической структуры. Исходя из всего вышесказанного, можно сделать вывод, что идентификация в широком смысле является по меньшей мере более адекватной в рамках реальных практических задач.

Перейдем к рассмотрению непараметрической идентификации [7, 20, 22, 23, 24, 25]. Данные методы непараметрической идентификации основаны на экспериментальном определении частотных и временных характеристик стационарных линейных динамических систем. Для этих методов требуется условие эксперимента с низким уровнем помех или значительное время экспериментирования с системой, и специальные входные воздействия. Данные методы малоэффективны в режиме нормального функционирования объекта или в замкнутом контуре, так как это методы активной идентификации. Кроме этого всего лишь небольшая часть объектов обладает свойством стационарности и линейности. Следовательно, в основном, эти методы используются для идентификации динамических объектов в окрестностях некоторых стационарных невозмущенных состояний. Идентификацию таких объектов называют идентификация в «малом». Далее идет предположение о том, что линейным уравнением будет задаваться связь между входными и выходными переменными объекта. А выходная переменная объекта будет изменяться только под воздействием наблюдаемых входных сигналов. Также любые ненаблюдаемые помехи отсутствуют, либо их влиянием можно проигнорировать. В различных формах могут быть записаны уравнения связи между выходными и входными переменными объекта. Во время идентификации

объектов во временной области используются передаточные функции и дифференциальные уравнения. А при идентификации в частотной области применяют частотные характеристики в различных формах: фазочастотные, амплитудно-частотные, амплитудно-фазовые и другие. Для получения подлинных результатов применения непараметрической идентификации нужно использовать режим активной идентификации. Другими словами, на вход объекта следует подавать специально сформированные тестовые воздействия. Но имеется немалый выбор тестовых сигналов и поэтому, чтобы верно найти оптимальный тестовый сигнал, который обеспечивает получение нужной информации с заданной точностью за наименьшее время, следует обладать достаточными априорными сведениями о системе. В задачах по оптимизации методов планирования экспериментов исследуется выбор вида входного сигнала [26, 27]. При описании объекта в частотной области удобно применять косинусоидальные сигналы и периодические – синусоидальные. А для описания объекта во временной области лучше всего использовать ступенчатые сигналы, непериодические – импульсные и другие.

1.4 Примеры «трубчатых» процессов

Для этого мы рассмотрим результаты исследования, которое провели студенты Сибгау имени М. Ф. Решетнева, Бойко Р.С. и Демченко Я. И. [28].

Исследованию подвергся процесс разложения растительных жиров. При постоянном нагреве масла в его структуре происходят химические реакции, в результате которых образуется множество почти нерастворимых и тяжелых веществ. Эти продукты распада являются опасными для человеческой жизни и представляют угрозу возникновения онкологических заболеваний.

Они опирались на работу Журавлевой Л.Н. [29] «Изучение окисления растительных масел при высокотемпературном нагреве во фритюре и разработка способов повышения их стабильности». Эта работа была выполнена при

поддержке государственного учреждения под названием «Всероссийский научно-исследовательский институт жиров» академии РФ сельскохозяйственных наук.

В процессе исследования были выделены переменные $\{u_i\}, i = \overline{1,8}$, которые могут влиять на разложение масла:

- свободные жирные кислоты, (u_1) — являются простым и доступным источником энергии, который в свою очередь очень хорошо удовлетворяет потребность организма человека в калориях. Накапливается в жировой ткани;
- гидроперекиси, (u_2) — химически измененные жирные кислоты. Не обладают запахом и вкусом. Являются первичными производными окисления масла;
- вторичные продукты разложения, (u_3) — спирты, эфиры и так далее. Резкий неприятный запах и вкус. Образуются при превращении гидроперекисей;
- полимеры, (u_4) — кристаллические и аморфные, органические и неорганические вещества, которые получаются путем неоднократного повторения разных совокупностей атомов;
- показатель преломления, (u_5) — характеризует чистоту липидов и степень их окисления. Увеличивается, если есть непредельные жирные кислоты;
- изменение плотности, (u_6) — относительная плотность растительных жиров. Отношение массы определенного объема масла к массе равного объема дистиллированной воды при 20 градусах цельсия;
- перекисное число, (u_7) — говорит нам о содержании перекисей жирных кислот в объекте исследования (жир);
- анизидиновое число, (u_8) — определяет содержание альдегидов в растительных маслах.

В данных численных интервалах лежат значения переменных: $u_1 \in [4; 16], u_2 \in [0.1; 0.2], u_3 \in [15; 360], u_4 \in [0.05; 0.4], u_5 \in [1.4; 1.5], u_6 \in [0.9; 0.95], u_7 \in [3; 8], u_8 \in [8; 356]$. И выборка входных и выходных переменных будет иметь вид $\{u_{1i}, u_{2i}, u_{3i}, u_{4i}, u_{5i}, u_{6i}, u_{7i}, u_{8i}, i = \overline{1,9}\}$.

Чтобы понять есть ли взаимодействие переменных между собой, была получена корреляционная матрица. Она представлена в таблице 1.

Таблица 1 - Корреляционная матрица

	u ₁	u ₂	u ₃	u ₄	u ₅	u ₆	u ₇	u ₈
t	0,94	0,98	0,89	0,94	0,91	0,87	0,96	0,96
u ₁	1	0,93	0,83	0,96	0,87	0,87	0,95	0,84
u ₂	0,93	1	0,84	0,96	0,9	0,84	0,97	0,94
u ₃	0,83	0,84	1	0,74	0,89	0,87	0,79	0,94
u ₄	0,96	0,96	0,74	1	0,86	0,8	0,99	0,84
u ₅	0,87	0,9	0,89	0,86	1	0,89	0,92	0,92
u ₆	0,87	0,84	0,87	0,8	0,89	1	0,82	0,86
u ₇	0,95	0,97	0,79	0,99	0,92	0,82	1	0,89
u ₈	0,84	0,94	0,94	0,84	0,92	0,86	0,89	1

В результате было выявлено, что показатели коэффициентов достаточно большие ($\approx 0.74 \div 0.99$). Следовательно, имеется сильная линейная зависимость между факторами, которые влияют на процесс в целом. Опираясь на эти выводы, были составлены уравнения, которые могли бы описать процесс

$$u_{\alpha 1} = \alpha_0 + \alpha_2 u_2 + \alpha_3 u_3 + \alpha_4 u_4 + \alpha_5 u_5 + \alpha_6 u_6 + \alpha_7 u_7 + \alpha_8 u_8,$$

$$u_{\alpha 2} = \beta_0 + \beta_1 u_1 + \beta_3 u_3 + \beta_4 u_4 + \beta_5 u_5 + \beta_6 u_6 + \beta_7 u_7 + \beta_8 u_8,$$

$$u_{\alpha 3} = \gamma_0 + \gamma_1 u_1 + \gamma_2 u_2 + \gamma_4 u_4 + \gamma_5 u_5 + \gamma_6 u_6 + \gamma_7 u_7 + \gamma_8 u_8,$$

$$u_{\alpha 4} = \eta_0 + \eta_1 u_1 + \eta_2 u_2 + \eta_3 u_3 + \eta_5 u_5 + \eta_6 u_6 + \eta_7 u_7 + \eta_8 u_8, \quad (6)$$

$$u_{\alpha 5} = \lambda_0 + \lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \lambda_3 u_3 + \lambda_4 u_4 + \lambda_6 u_6 + \lambda_7 u_7 + \lambda_8 u_8,$$

$$u_{\alpha 6} = \kappa_0 + \kappa_1 u_1 + \kappa_2 u_2 + \kappa_3 u_3 + \kappa_4 u_4 + \kappa_5 u_5 + \kappa_7 u_7 + \kappa_8 u_8,$$

$$u_{\alpha 7} = \rho_0 + \rho_1 u_1 + \rho_2 u_2 + \rho_3 u_3 + \rho_4 u_4 + \rho_5 u_5 + \rho_6 u_6 + \rho_8 u_8,$$

$$u_{\alpha 8} = \mu_0 + \mu_1 u_1 + \mu_2 u_2 + \mu_3 u_3 + \mu_4 u_4 + \mu_5 u_5 + \mu_6 u_6 + \mu_7 u_7. \quad (6)$$

МНК использовался для оценки параметров моделей. После того, как были найдены оценки, был поставлен новый эксперимент. В нем была рассмотрена параметрическая структура модели, которую мы можем изучить в деталях на примере модели $u_{\alpha 1}$

$$u_{\alpha 1} = -39.1 - 3.5u_2 + 0.04u_3 + 40.9u_4 + 18.1u_5 + 25.9u_6 + 0.02u_7 + 0.08u_8, \quad (7)$$

В модель (7) подставили значения факторов $u_2 = 0.1, u_3 = 15, u_4 = 0.05, u_5 = 1.4, u_6 = 0.9, u_7 = 3, u_8 = 8$ из интервалов определения переменных. Было получено следующее: $u_{\alpha 1} = 12$. Это значение соответствует допустимым границам определения фактора u_1 .

После этого в (7) были подставлены $u_2 = 0.2, u_3 = 360, u_4 = 0.4, u_5 = 1.5, u_6 = 0.9, u_7 = 3, u_8 = 8$ из допустимых интервалов. Мы получили $u_{\alpha 1} = 41$, что никак не входит в границы определения u_1 , ведь его число не может превышать 16. В ходе исследования факторы $u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8$ так же дали одинаковый результат.

На основании этого можно полагать, что этот процесс наверняка будет «трубчатым». Это говорит о том, что значению переменной u_i не будет соответствовать случайно заданное значение u_j .

В качестве нашего примера выступит цветная металлургия [30]. В конце прошлого столетия на обогатительно-металлургическом переделе Норильского глиноземно - металлургического комбината группой красноярских ученых была разработана система «Металл». Норильский глиноземно - металлургический комбинат (НГМК), это крупный промышленный комплекс по переработке сульфидных медно-никелевых руд. «Металл» - это система, которая является комплексом технических средств, а также средством вычислительной техники,

организационно-технических мероприятий и программного обеспечения для расчета в диалоговом режиме сбалансированной производственной программы как обогачительно-металлургического цикла Норильского ГМК, так и отдельных предприятий на декаду, месяц, квартал, год. С помощью системы «Металл», изменяя входные переменные основного цикла (руда, песчаник, известь и др.), возможно получение разных вариантов производственных программ, а также есть возможность выбрать наилучшую из них для реализации в производстве [31].

Схема НГМК представлена ниже, на рисунке 2:



Рисунок 2 - Схема НГМК

На данной схеме были приняты следующие сокращения: ТОФ, АФ и НОФ - Талнахская, Норильская обоганительные и агломерационная фабрики, а также НЗ, МЗ, НМЗ - никелевый, медный и Надеждинский металлургический заводы.

Дефолтными данными для нормального функционирования «Металла» являются [32]:

- объем сырья, которое подлежит переработке;

- содержание основных элементов;
- данные о стандартах предприятия;
- соотношения между объемами полуфабрикатов.

Стоит заметить, что для разных объектов всегда свойственны разные входные переменные. К примеру, для медного завода это:

- количество расплавленной массы, содержание элементов в ней;
- количество шихты, песчаника, концентрата, идущие на обжиг в печах КС;
- количества концентрата, шихты, песчаника на отражательные печи;
- количество сухого медного концентрата, поступающее на медный завод и содержание основных элементов Ni, Cu, Co, Fe, S, SiO₂ в нем;
- количество штейна, отвального шлака отражательных печей и содержание основных элементов в них;
- количество огарка и содержание в нем основных элементов;
- количество меди на регенерацию, анодного скрапа, катодных отходов, черновой меди, анодного шлака, меди электролитной, маточного раствора, медного купороса, шлама;
- количество конверторного шлака, оборотов конвертирования, конверторной пыли и содержания основных элементов в них.

Во время работы с полученной моделью, когда мы подавали на вход управляющие воздействия технологического регламента, иногда при некоторых расчетах планового и реального балансов, получались прогнозы некоторых параметров, которые были совершенно невозможны. К примеру содержание элементов могли иметь отрицательные значения, или быть больше, чем 100%, но так не бывает.

Выводы

Сперва в сферах информатики, кибернетики и научных дисциплин системного направления, а в последующем и остальных областях научного

знания, модель стала отождествляться с нечто универсальным, хоть и подверженным к различным способам реализации. Таким образом, можно сказать, что модель является неким способом существования знания.

Моделям присущ направленный целевой характер: одна из догм разделения видов моделей состоит в соотнесении их типов с типами характерных целей. Например, познавательные или прагматические, статистические или динамические.

Модели можно строить самыми разными путями. Например, в собственном сознании или воображении, а лучше с помощью средств мышления. Такие модели называются абстрактными. Но их генератором является не только разум. Так же модели можно создавать, опираясь на реальные объекты и процессы. Это физические модели, или как их еще называют «реальные». Но и это не все. Существуют так же так называемые промежуточные модели, которым характерно реальное существование, но в то же время абстрактное содержание. Это знаковые модели.

Само по себе понятие «модель» включает не только тот самый «объект», но и субъекта, который проводит моделирование, цель, ради которой все это делается, оригинал, средства, с помощью которых оно проводится и среду, где эта модель должна функционировать.

При решении задач идентификации априорная информация может оказаться определяющей при моделировании исследуемого процесса. В связи с этим были представлены разнообразные уровни априорной информации, которые соответствуют самым разным теориям управления.

Так же были описаны процессы, которые очень часто встречаются в производстве, технологиях, социологии и экономике, а также прочих сферах, которые можно назвать неглубоко изученными, но в тоже время важными, так как более чем реальны и имеют отношение к этой самой реальности. При проведении моделирования этих процессов следует обратить внимание на уровень и объем имеющейся априорной информации, так как это является

основой для идентификации и формулировки ее математических задач. Так же не стоит забывать о дополнительной информации об объекте, подверженному исследованию и средствах, технологиях контроля и измерении переменных. Это в особенности касается организационных процессов.

Был рассмотрен процесс, особенностью которого является стохастическая зависимость между компонентами вектора входных переменных. Данный процесс имеет название «трубчатый» или Н-процесс. Данный процесс протекает не во всей регламентированной области, а лишь в некоторой ее части, это нужно помнить, когда производится идентификация и моделирование. Следовательно, в многомерном случае вид этой части области остается неизвестным, так как априорно неизвестно, между какими входными переменными существует стохастическая зависимость.

2 Н-модели дискретно-непрерывных процессов с запаздыванием

2.1 Постановка задачи идентификации

Задача идентификации состоит в том, чтобы мы смогли построить математическую модель, которая способна описать объект, исследуемый нами, как можно лучше. Иначе говоря, это можно объяснить следующим образом: нахождение оператора модели, который преобразует входные данные в выходные величины. Эти операторы могут быть разными по структуре и характеристикам. Это связано с тем, что постановки задачи идентификации тоже могут быть очень различными между собой.

Задачу идентификации можно поделить на несколько частей:

1. Необходимо обозначить нужные требования к данным, которые мы получили: перед тем, как проводить эксперимент, стоит обозначить условия того, как будет осуществляться получение данных и их использование в будущем. Для решения задачи с необходимой точностью, можно определить количество опытов эксперимента и условий, которые касаются его проведения.

2. Необходимо определять класс моделей, на основе информации об объекте или процессе. Из них выбирается самая подходящая. Далее определяется класс уравнений, который будет использован в описании процесса, а также определяется и структура модели. Данный этап еще называют идентификацией в широком смысле. Для того, чтобы решение задачи было успешным, нужно обладать априорными данными (физическими, химическими и другими), которые могут протекать в процессе.

3. На основании задачи, далее определяются критерии совпадения объекта и модели. Не стоит забывать, что совпадение очень относительно, так как операторы и того и другого имеют неидентичную структуру или число входов, и поэтому адекватность формулируется самыми различными методами. Сделать оценку близости операторов порой нереально, поэтому лучше использовать

оценивание только величины выхода объекта и модели. Чтобы это выполнить, применяется функция потерь или риска, которая затем минимизируется. Далее исходя из этой функции определяется критерий. Он влияет на цель задачи, вследствие чего задача становится задачей оптимизации критерия.

4. После того, как структура модели стала определена, следует получить численные значения параметров. В конечном итоге решается задача оценивания параметров данных, которые мы получили экспериментальным путем. Иначе говоря, это идентификация в узком смысле.

5. Перед тем, как использовать модель, нужно вычислить оценку качества этой модели, или иначе понять адекватна модель или нет. Проверка на адекватность проводится исходя из возможности решения задачи, к которой применялось моделирование, ведь полное совпадение невозможно. В итоге можно оценить адекватность при помощи подачи одинаковых входных воздействий, и сравнении данных на выходе модели и объекта. При оценке нужно использовать те данные, которые отличаются от сведений, использующихся при идентификации объекта.

Также хотелось бы обратить внимание на то, что существует несколько признаков классификации методов идентификации.

Активные и пассивные методы идентификации различают по способу тестирования.

В пассивных методах объект находится в условиях нормального функционирования, параметры модели находятся по результатам статистической обработки наблюдений. Плюсами данного метода можно назвать ненужность проводить специальные исследования объекта, можно всего лишь измерить наблюдаемые сигналы в режиме рабочего функционирования объекта с последующим расчетом параметров модели. Но минус этого подхода в больших затратах времени на сбор и надлежащую обработку данных, а также присутствуют жесткие требования к частотному спектру входного воздействия, он не должен быть меньше полосы частот динамической характеристики идентифицируемого объекта.

При использовании активных методов тестовые сигналы, это специально сформированные воздействия, которые подаются на вход объекта. Тестовые сигналы могут быть случайного или детерминированного характера. Плюсами данного метода являются небольшие требования к априорной информации об объекте, целенаправленный характер идентификации и минимизация материальных временных затрат на выполнение эксперимента.

Детерминированные и статистические методы различают по характеру используемых сигналов. Применение детерминированных методов идентификации возможно во время проведения активной идентификации на основе детерминированных сигналов. Фактически в реальных условиях сигналы сильно зашумлены, на них действуют помехи, поэтому детерминированные алгоритмы следует дополнять статистическим усреднением полученных результатов.

Оперативные и ретроспективные методы делят по признаку временных затрат. Ретроспективная идентификация подразумевает в начале сбор всего массива данных, а оценку параметров или характеристик проводят после обработки полученного массива. При оперативной идентификации происходит текущее отслеживание изменяющихся характеристик объекта. Оценки параметров моделей формируются в настоящем времени на каждом шаге поступления новых измерений. Происходит это на основе рекуррентных алгоритмов, реализуемых со скоростью, близкой скорости протекания процесса

2.2 Н-модели «трубчатых» процессов

Довольно нередко удастся запечатлеть данные процессы на практике, которые имеют стохастическую зависимость компонент вектора входных переменных. Можно считать, что объекты, данными особенными чертами, имеют структуру, похожую на «трубчатую» [33].

На данном рисунке представлена схема идентификация «трубчатого» процесса:

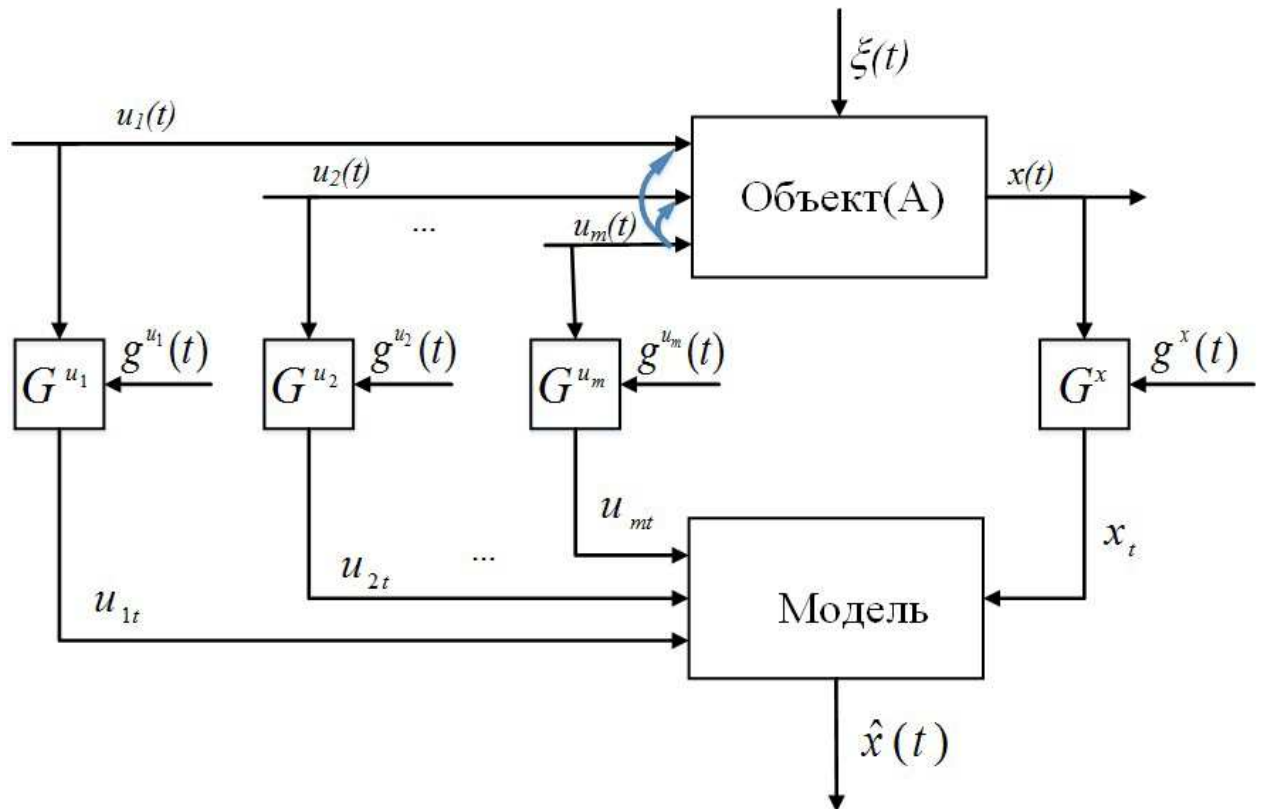


Рисунок 3 – Схема идентификации «трубчатого» процесса

На рисунке 3 приняты обозначения: A - неизвестный оператор объекта, $u(t) = u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)$, $u(t)$ - векторное входное воздействие, $x(t)$ - выходная переменная процесса, $\xi(t)$ - векторное случайное воздействие, t - непрерывное время, $G^{u_i}, i = \overline{1, m}, G^x$ - каналы связи, соответствующие различным переменным, включающие в себя средства контроля. В каналах измерения входных и выходных переменных действуют случайные помехи с нулевыми математическими ожиданиями и ограниченными дисперсиями. Стрелками показана связь между входными переменными.

Для примера мы можем рассмотреть трубчатый процесс, который изображен на рисунке 4. Для наглядности мы используем для рассмотрения трехмерный объект, у которого есть входные переменные $u_1 \in R^1$, $u_2 \in R^1$ и выходная переменная $x \in R^1$. Стоит заметить, что у нас в условии будет

небольшое дополнение. Здесь процессы будут связаны стохастической зависимостью, однако нашему исследователю это известно не будет.

Интервалы между изменениями входных и выходных переменных $(u_1, u_2, x) \in R^3$ будут известны всегда. Дабы не нарушать общность, выделим в R^3 единичный куб. На рисунке 4 куб является интервалами, в котором мы измеряем переменные, областью возможных значений. Процесс же, который происходит будет принадлежать подобласти $\Omega^H(u_1, u_2, x) \in \Omega(u_1, u_2, x)$, которую мы никак не сможем определить [34]. Область $\Omega^H(u_1, u_2, x)$ и будет областью, где протекает «трубчатый» процесс.

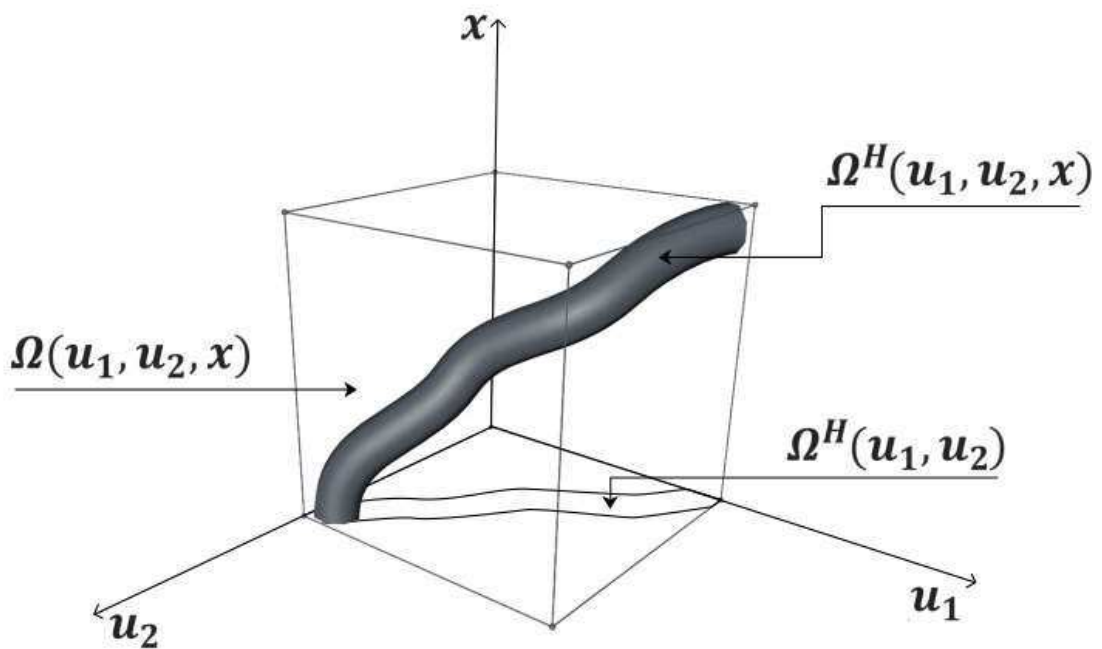


Рисунок 4 - Процесс, протекающий в трубке

Получается, что $u_1 \in [0; 1]$, $u_2 \in [0; 1]$, $x \in [0; 1]$, а триада $(u_1, u_2, x) \in \Omega^H(u_1, u_2, x)$. Известно, что не каждое значение триады (u_1, u_2, x) , которую мы смогли найти с помощью во время эксперимента, или же измерения на этом процессе, будет принадлежать этому самому кубу $\Omega(u_1, u_2, x)$. Нам нужно отметить, что в теории нам всегда известны $\Omega(u_1, u_2, x)$, $\Omega(u_1, u_2)$, $\Omega(u_1)$, $\Omega(u_2)$, $\Omega(x)$, а область $\Omega^H(u_1, u_2, x)$ никогда не известна. Если возникла стохастическая

независимость входных переменных процесса, $\Omega^H(u_1, u_2, x)$ будет совпадать с $\Omega(u_1, u_2, x)$, то есть $\Omega^H(u_1, u_2, x) = \Omega(u_1, u_2, x)$.

Используемая область протекания процесса будет всегда определена границами допустимых значений переменных, выходных и входных. Получается, что процесс происходит в некотором гиперкубе, объем которого так же всегда известен. Однако если же входные переменные являются связанными стохастической зависимостью, то область протекания процесса будет очень маленькой, относительно объема гиперкуба.

Теперь о моделировании процессов «трубчатой» структуры. При параметрическом методе решения задачи идентификации многомерных безынерционных объектов должна быть параметризованная модель, которой является поверхность в пространстве «входных-выходных» переменных.

При условии, когда компоненты вектора входных переменных статистически зависимы, другими словами объект представляет собой «трубчатую» структуру, нужно задать индикаторную функцию $I(u)$. Данная параметрическая модель в этом случае должна выглядеть следующим образом

$$\hat{x} = (\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2) I_s(u), \quad (8)$$

где в качестве оценки индикатора $I_s(u)$ можно принять следующее приближение

$$I_s(u) = \text{sgn} \sum_{i=1}^S \prod_{l=1}^m \Phi((u^j - u_i^j) c_s^{-1}), \quad (9)$$

где параметр размытости ядра c_s и колоколообразная функция $\Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j))$, $j = \overline{1, m}, i = \overline{1, S}$ удовлетворяют некоторым условиям сходимости.

Стало быть, наличие индикатора модели «трубчатого» процесса (Н-модель) и отличает ее от общепринятых моделей.

Получается, что при построении такого индикатора при произвольно заданном значении текущей переменной $u = u'$ индикатор $I_s(u)$ примет значение единицы, если u' принадлежит «трубчатой» структуре, определяемой имеющейся выборкой $\{x_i, u_i, i = \overline{1, S}\}$, если же u' приняло значение за пределами «трубки», то индикатор равен нулю.

2.3 Модели Н-процессов

К традиционным методам моделирования дискретно-непрерывных процессов относят использование параметрических алгоритмов типа (4). Но традиционные методы моделирования при работе с процессами «трубчатого» типа не справляются, они дают не точные, грубые результаты. В качестве примера, рассмотрим следующий процесс. Пусть наш данный исследуемый процесс имеет следующий вид

$$\begin{cases} x = 0.8u_1 + 0.3u_2 + \xi, \\ u_2 = u_1 + \psi, \end{cases} \quad (10)$$

где $u_1, u_2 \in [0; 3]$, ξ и ψ - случайные числа, распределенные по равномерному закону в интервале $[-0.05; 0.05]$. Как мы видим, процесс в данном частном случае описывается уравнением прямой. Подобное описание процесса принято из соображений простоты.

Для решения задачи идентификации уравнение объекта задано с целью получения выборок «входных-выходных» переменных $\{x_i, u_{1i}, u_{2i}\}, i = \overline{1, S}$. И на основе этих полученных выборок при построении модели, структура зависимости выходной переменной x от входных переменных u принята с точностью до параметров. Для получения оценок параметров используется метод наименьших квадратов (МНК).

А параметрическая модель данного исследуемого объекта примет вид

$$\hat{x} = \alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2, \quad (11)$$

где α_1, α_2 - параметры.

Сгенерируем пять статистически независимых выборок переменных $\{x_i, u_{1i}, u_{2i}\}, i = \overline{1, S}$ с объемом равным $S = 100$. С помощью метода наименьших квадратов оценим коэффициенты α_1, α_2 по каждой из сгенерированных выборок. В итоге получено пять различных наборов параметров где α_1, α_2 , которые соответствуют пяти различным моделям. На рисунке 4 показаны результаты эксперимента.

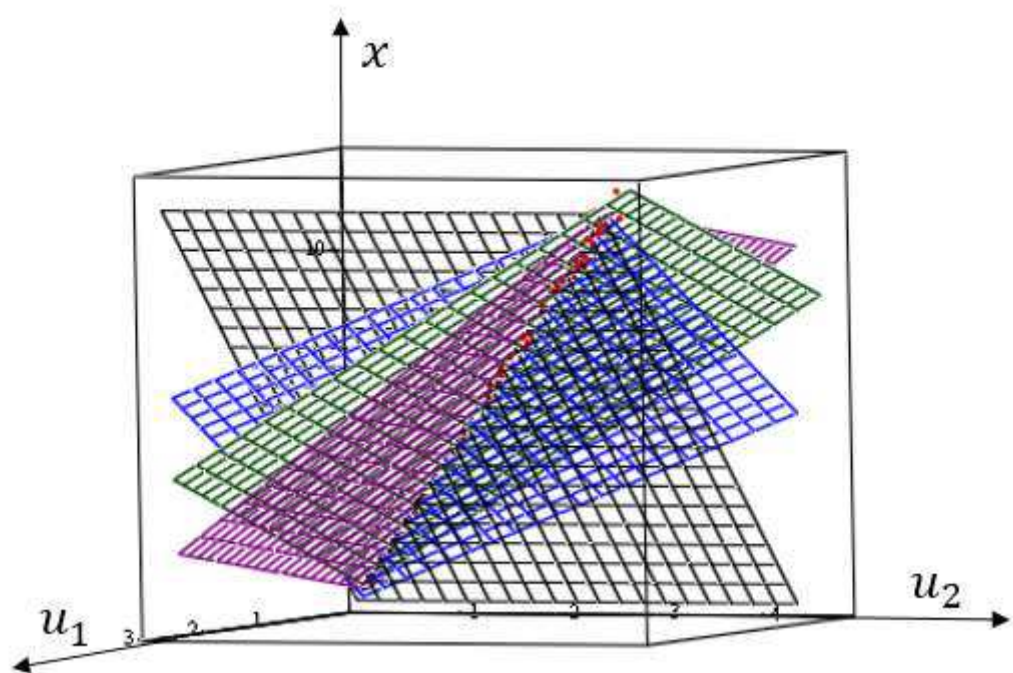


Рисунок 5 – Параметрические модели «трубчатого» процесса

На рисунке 5 видно, что кроме того, что модели не совпадают между собой, они дают оценку выходной переменной в тех областях, где реальный процесс не протекает. То есть данные параметрические модели не являются адекватными. В этом примере был рассмотрен частный случай, когда процесс представляет

собой прямую (10). Полученные параметрические модели представляют собой плоскости с различными оценками параметров. Понятно, что через одну прямую может быть проведено бесконечное число плоскостей и каждая плоскость будет считаться моделью данного процесса.

Так как применение параметрических методов для моделирования процессов с «трубчатой» структурой имеет недостаток, необходимо ввести индикаторную функцию $I(u)$, которая будет показывать протекает процесс в этой области или нет. Рассмотренная выше параметрическая модель (11) для этого должна быть скорректирована следующим образом

$$\hat{x} = (\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2) I_s(u), \quad (12)$$

где индикаторная функция $I_s(u)$ имеет вид

$$I_s(u) = \begin{cases} 0, & \text{если } u \notin \Omega^H(u); \\ 1, & \text{если } u \in \Omega^H(u). \end{cases} \quad (13)$$

Получается, что в тех точках, где реальный процесс не протекает индикаторная функция $I_s(u)$ равна 0, то есть оценка \hat{x} не может быть вычислена. Если же в этих точках реальный процесс протекает, то здесь мы восстанавливаем значения выходной оценки.

В качестве оценки индикатора $I_s(u)$ можно принять следующее приближение [35]

$$I_s(u) = \text{sgn} \sum_{i=1}^S \prod_{l=1}^m \Phi((u^j - u_i^j) c_s^{-1}), \quad (14)$$

где параметр размытости c_s и колоколообразная функция $\Phi(\cdot)$ удовлетворяют условиям сходимости.

Итак, рассмотрим результаты моделирования с использованием индикаторной функции (12). Результаты моделирования представлены на рисунке 6.

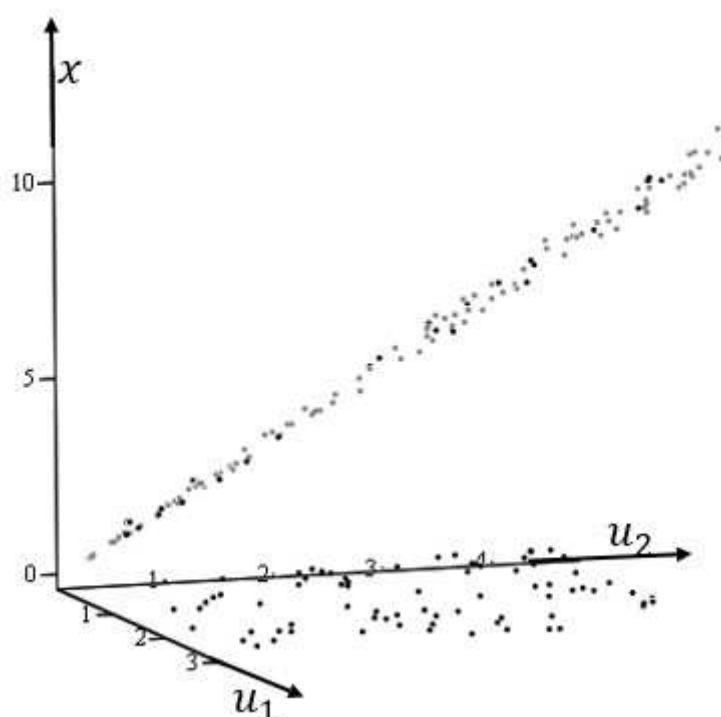


Рисунок 6 – Модель «трубчатого» процесса с использованием индиктора

На рисунке 6 видно, что серые точки, которые обозначают значения выхода объекта и черные, обозначающие значения выхода полученной модели, совпадают. То есть часть точек попала в реальную область протекания процесса, значения индикатора в этих точках равно $I_s(u)=1$, значение выходной оценки \hat{x} восстанавливается. Значения выхода объекта известны лишь в рамках вычислительного эксперимента. А значения выхода модели, в которых реальный процесс не протекает и индикаторная функция равна $I_s(u)=0$ - изображены располагающимися на плоскости, здесь значение выходной оценки \hat{x} не восстанавливается.

Выводы

Идентификация такой процесс, при котором определяется эквивалентна ли модель из определенного класса модели реальной исследуемой системе, это определяется по входным и выходным воздействиям. Соответственно требуется определить класс моделей, в котором будет определена наиболее подходящая. На данной стадии нужно выбрать класс уравнений, с помощью которых планируется описывать наблюдаемый процесс и общую структуру модели. Данную стадию называют структурной идентификацией, либо идентификацией в широком смысле. Чтобы задача структурной идентификации была решена удачно необходимо использовать знание формальных аналитических свойств, априорные сведения разных (физических, химических и т.д.) явлений, происходящих в процессе, интуицию и инженерные навыки. В данный момент времени структурная идентификация сводится к эвристическому заданию структуры модели с помощью априорных сведений об объекте, так как общих формальных подходов к решению задачи структурной идентификации пока что не существует.

После того, как была определена структура класса уравнений и модели, следует определить численные значения параметров: коэффициенты разностных, интегральных, дифференциальных уравнений или других математических конструкций нелинейной, либо линейной модели объекта и состояний, включившихся в уравнения математической модели. Следовательно, нужно решить задачу оценивания параметров и состояний на основе имеющейся выборки, то есть по имеющимся экспериментальным данным. Эту задачу называют параметрической идентификацией, либо идентификацией в узком смысле. «Трубчатые» процессы окружают нас повсюду, в медицине, в промышленности и т.д., но, к сожалению, на данный момент эти процессы малоизучены. Главной особенностью Н-процесса является то, что из-за зависимости между компонентами вектора входа, он протекает не во всей области определения исследуемого процесса Ω , а лишь в некоторой подобласти

$\Omega^H \in \Omega$. В связи с наличием Н-процесс форма и объем которой исследователю никогда не известны. При моделировании объекта исследования область протекания Н-процесса должна подлежать определению.

На примере было показано, что традиционные методы параметрической идентификации не справляются при работе с Н-процессами. Чтобы это исправить было предложено дополнение параметрического алгоритма идентификации индикаторной функцией, которая определяет область протекания Н-процесса.

3 Численные исследования

3.1 Вычислительный эксперимент

Пусть исследуемый объект описывается алгебраической системой уравнений

$$\begin{cases} x = 0.8u_1^2 + 0.3u_2^2 + \xi, \\ u_2 = u_1 + \psi, \end{cases} \quad (15)$$

где u_1, u_2 - компоненты вектора входа процесса, распределенные по равномерному закону распределения в интервале $[0;3]$, ξ и ψ - случайные числа, распределенные по равномерному закону в интервале $[-0.05; 0.05]$, x - выходная переменная процесса.

Параметрическая модель процесса имеет вид

$$\hat{x} = \alpha_1 u_1^2 + \alpha_2 u_2^2, \quad (16)$$

где α_1, α_2 - параметры модели. Входная переменная u_1 лежит в интервале $[\underline{u}_1, \overline{u}_1]$, а входная переменная u_2 в интервале $[\underline{u}_2, \overline{u}_2]$. Оценка коэффициентов производилась с помощью метода наименьших квадратов (МНК). Построим несколько параметрических моделей для данного процесса.

Результаты моделирования представлены на рисунке 7.

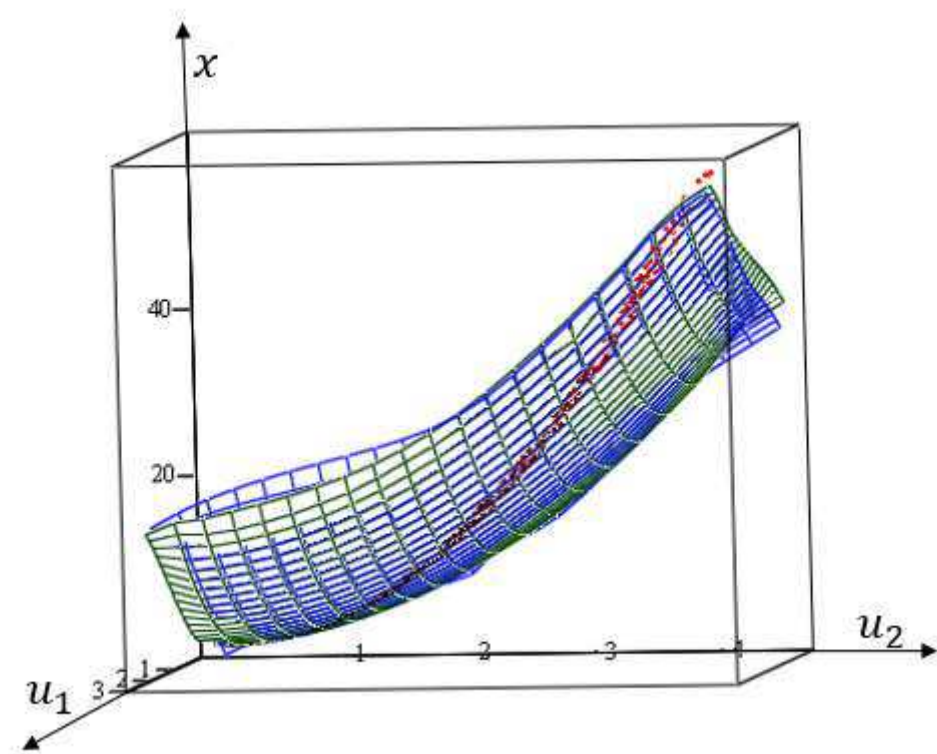


Рисунок 7 – Параметрические модели процесса

На рисунке 7 черными точками показаны точки процесса (15), который, как видно, имеет «трубчатый» характер. Параметрические модели (16) представляют собой поверхности, лежащие на точках «трубчатого» процесса. На рисунке видно, что полученные параметрические модели не являются адекватными.

Дополним одну из параметрических моделей индикаторной функцией

$$\hat{x} = I_s(\alpha_1 u_1^2 + \alpha_2 u_2^2). \quad (17)$$

В качестве оценки индикаторной функции была взята оценка вида (14). Полученные результаты представлены на рисунке 8.

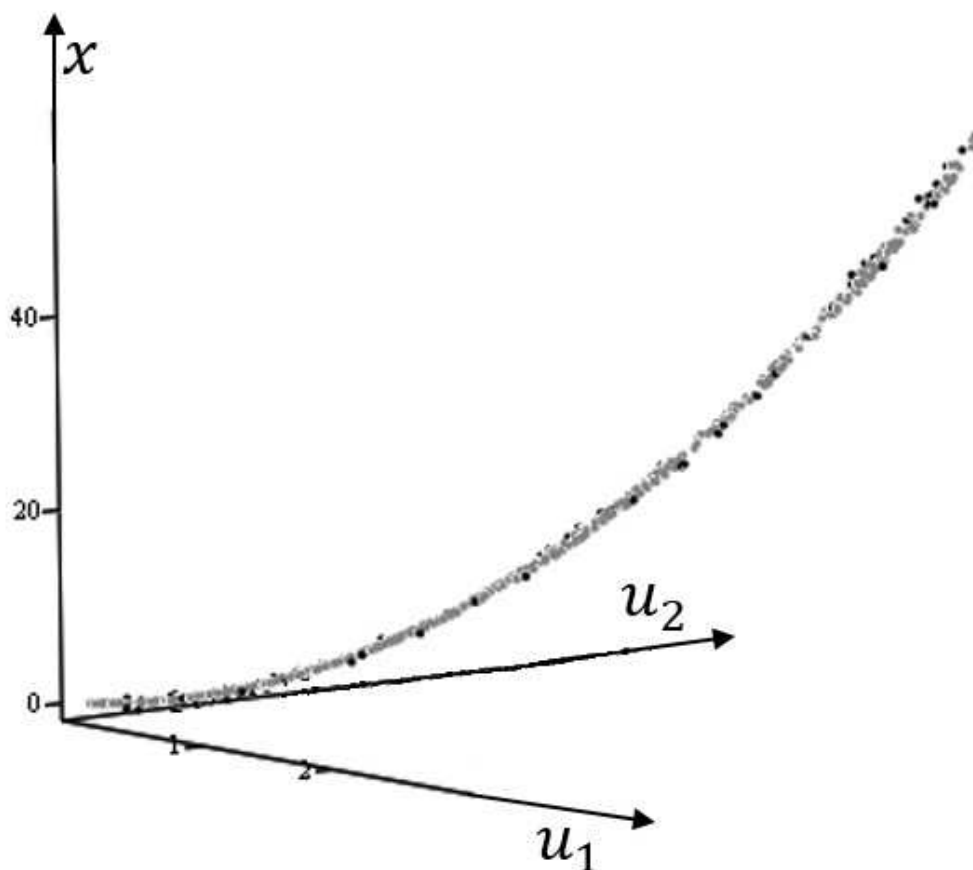


Рисунок 8 – Модель «трубчатого» процесса

Здесь серым цветом показаны точки процесса «трубчатой» структуры, а черным - точки полученной модели (17). Здесь, включая в нашу параметрическую модель индикаторную функцию, восстанавливаем значения выходной характеристики только в тех точках, где реально существует исследуемый процесс.

Изменим уравнение объекта. Пусть объект имеет вид следующей системы уравнений

$$\begin{cases} x = 0.8 \sin u_1 + 0.3 \cos u_2 + \xi, \\ u_2 = u_1 + \psi. \end{cases} \quad (18)$$

Параметрическая модель имеет вид:

$$\hat{x} = \alpha_1 \sin u_1 + \alpha_2 \cos u_2. \quad (19)$$

С помощью МНК были получены оценки параметров α_1, α_2 .

Построим две параметрические модели для данного процесса.

Результаты моделирования представлены на рисунке 9.

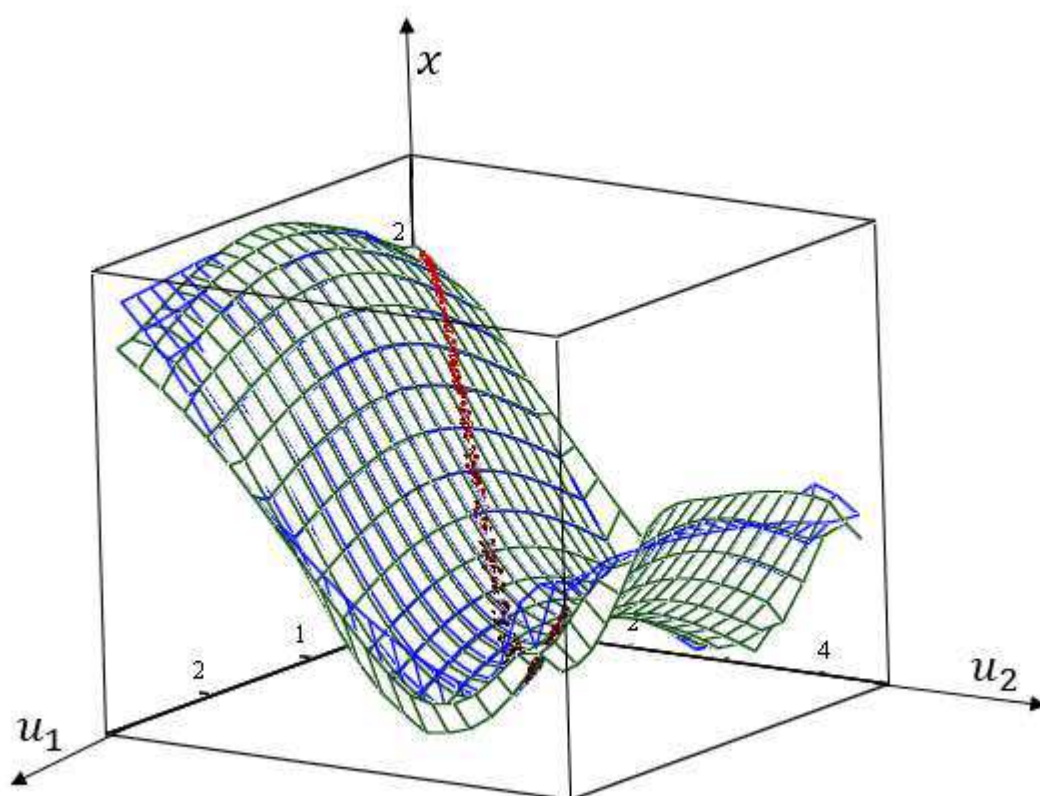


Рисунок 9 – Параметрические модели «трубчатого» процесса

Параметрические модели представляют собой поверхности, проходящие через «трубчатый» процесс.

Модифицируем нашу параметрическую модель индикаторной функцией

$$\hat{x} = I_s(\alpha_1 \sin u_1 + \alpha_2 \cos u_2). \quad (20)$$

В качестве оценки индикаторной функции была взята оценка вида (14).
Полученные результаты моделирования представлены на рисунке 10.

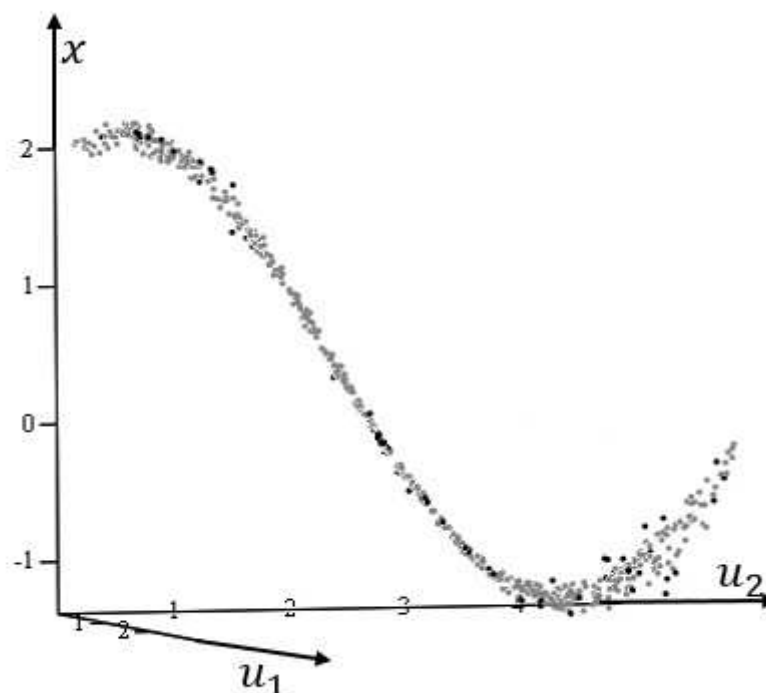


Рисунок 10 – Модель «трубчатого» процесса

Здесь, построив Н-модель так же восстанавливаем значения выходной оценки только в тех точках, где действительно существует исследуемый нами процесс.

Снова изменим уравнение объекта. Пусть объект имеет вид трансцендентной системы уравнений

$$\begin{cases} x = 0.8e^{u_1} + 0.3\sqrt{u_2} + \xi, \\ u_2 = u_1 + \psi. \end{cases} \quad (21)$$

Параметрическая модель будет принята в виде уравнения

$$\hat{x} = \alpha_1 e^{u_1} + \alpha_2 \sqrt{u_2}. \quad (22)$$

Оценки параметров α_1, α_2 получены с помощью метода наименьших квадратов.

Построим две параметрические модели для исследуемого процесса.

Результаты моделирования представлены на рисунке 11.

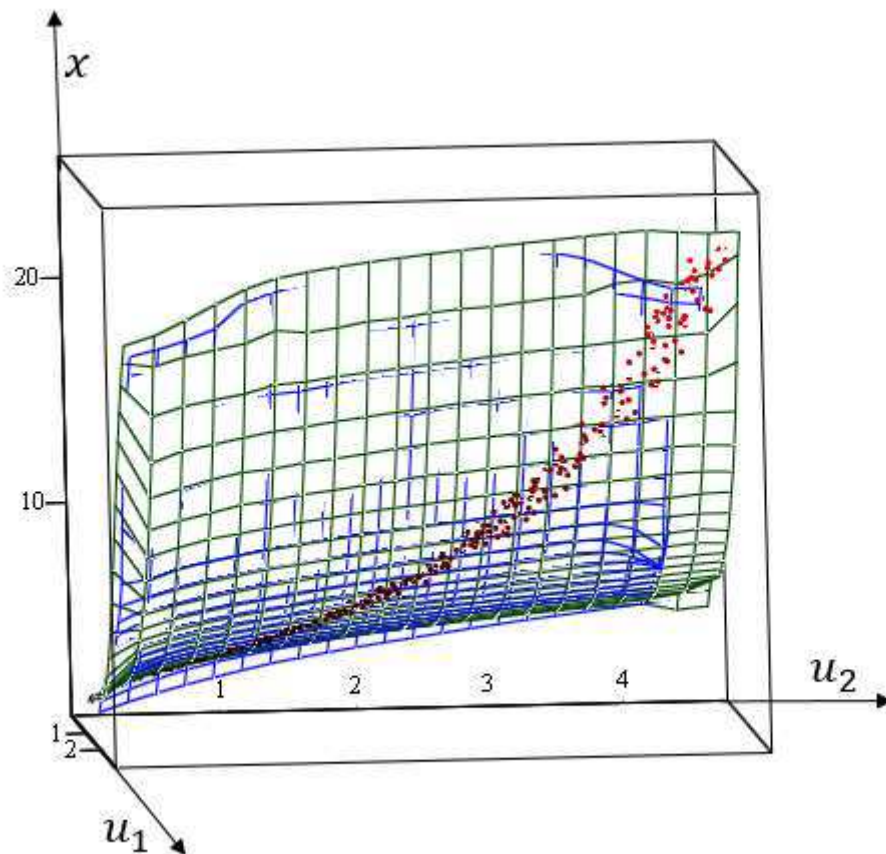


Рисунок 11 – Параметрические модели «трубчатого» процесса

Параметрические модели имеют вид поверхностей, проходящих через «трубчатый» процесс, обозначенный красными точками. На рисунке видно, что модели дают оценку выходной переменной в тех областях, где реальный процесс не протекает.

Дополним одну из параметрических моделей индикаторной функцией

$$\hat{x} = I_s(\alpha_1 e^{u_1} + \alpha_2 \sqrt{u_2}). \quad (23)$$

В качестве оценки индикаторной функции была взята оценка вида (14).
Полученные результаты показаны на рисунке 12.

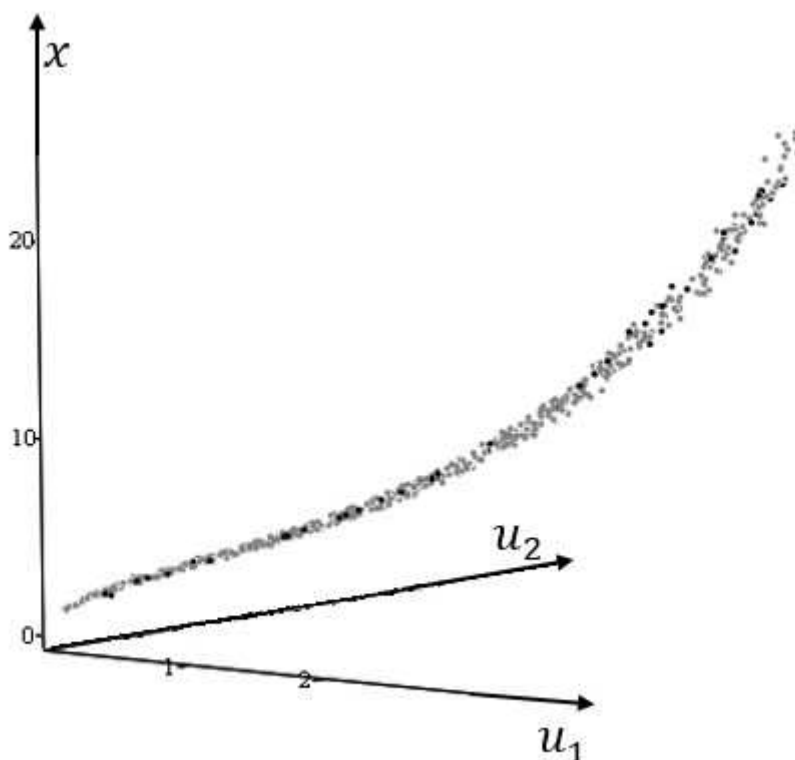


Рисунок 12 – Модель «трубчатого» процесса с использованием индикатора

На рисунке 12 видно, что алгоритм оставил в модели только те точки, которые определяют «трубчатый» процесс.

Следующее уравнение объекта будет иметь вид системы уравнений

$$\begin{cases} x = 0.8u_1^{1.5} + 0.3 \ln u_2 + \xi, \\ u_2 = u_1 + \psi. \end{cases} \quad (24)$$

Параметрическая модель будет принята в виде уравнения

$$\hat{x} = \alpha_1 u_1^{1.5} + \alpha_2 \ln u_2. \quad (25)$$

Оценки параметров α_1, α_2 получены с помощью метода наименьших квадратов.

Построим две параметрические модели для исследуемого процесса.

Результаты моделирования представлены на рисунке 13.

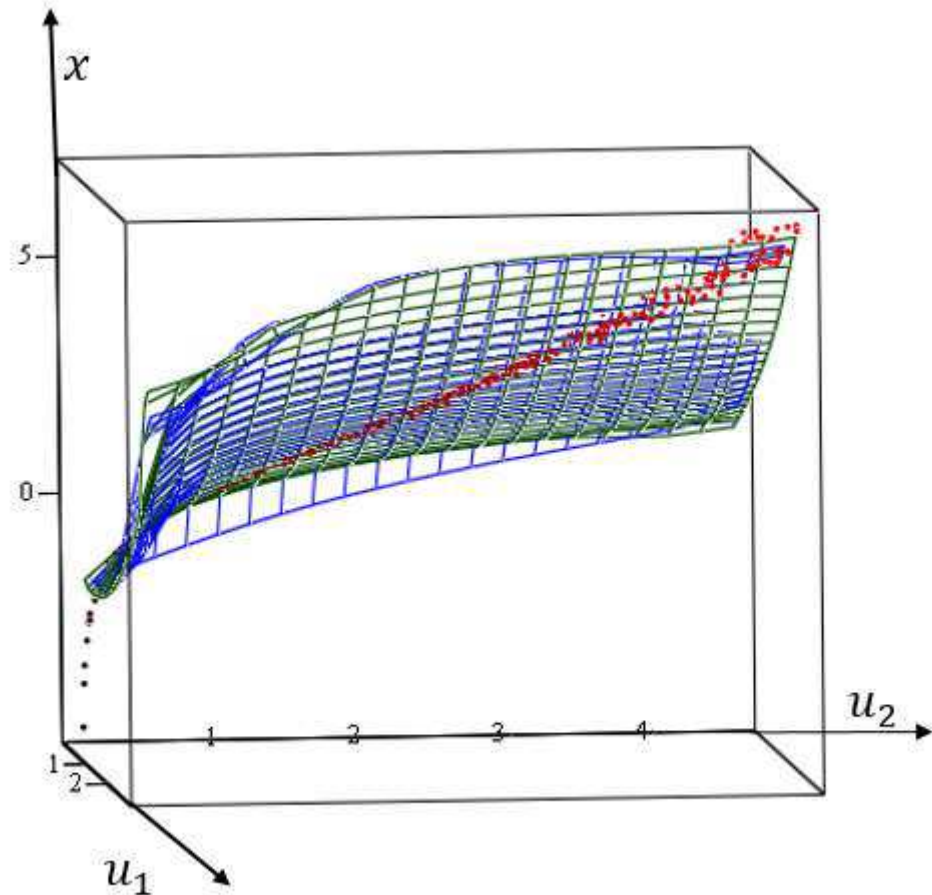


Рисунок 13 – Параметрические модели «трубчатого» процесса

Здесь полученные параметрические модели, изображенные проходящими через «трубчатый» процесс, не являются адекватными.

Включим в одну из наших параметрических моделей индикаторную функцию

$$\hat{x} = I_s(\alpha_1 u_1^{1.5} + \alpha_2 \ln u_2). \quad (26)$$

В качестве оценки индикаторной функции была взята оценка вида (14).
На рисунке 14 представлены результаты.

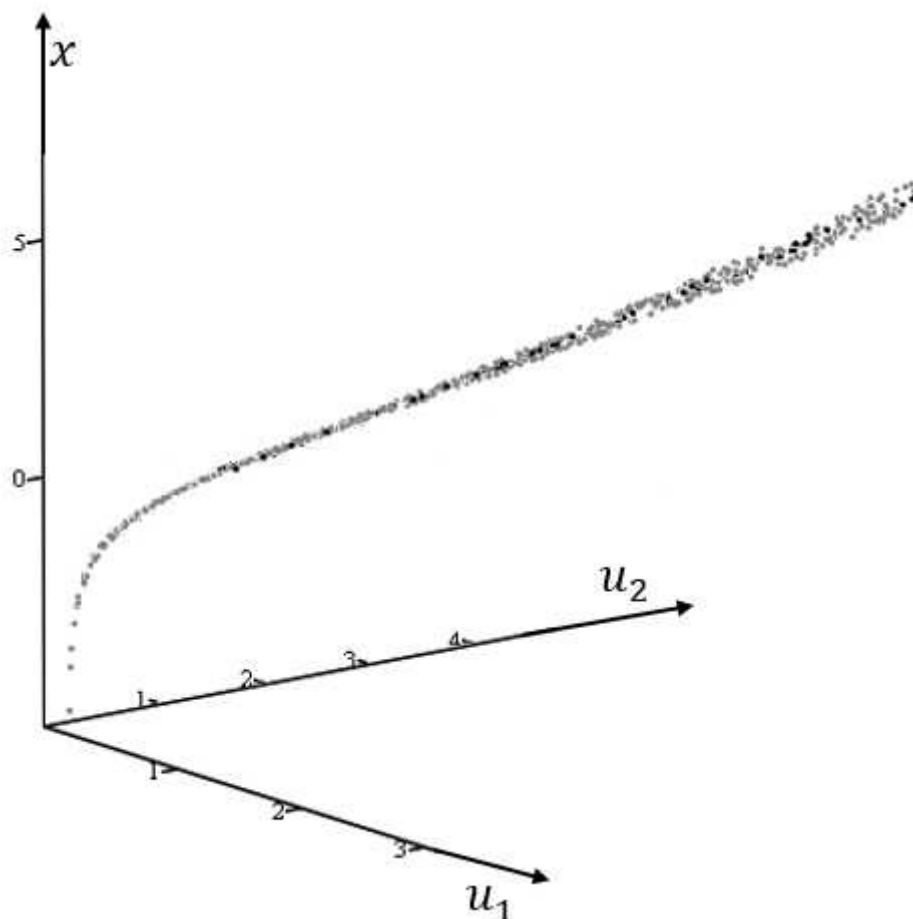


Рисунок 14 – Модель «трубчатого» процесса с использованием индикатора

На рисунке 14 видно, что серые точки, которые обозначают значения выхода объекта и черные, обозначающие значения выхода полученной модели, совпадают. Следовательно, процесс является «трубчатым».

И последнее уравнение объекта будет иметь вид системы уравнений

$$\begin{cases} x = 0.8|u_1| + 0.3u_2^6 + \xi, \\ u_2 = u_1 + \psi. \end{cases} \quad (27)$$

Параметрическая модель будет принята в виде уравнения

$$\hat{x} = \alpha_1 |u_1| + \alpha_2 u_2^6. \quad (28)$$

Оценки параметров α_1, α_2 получены с помощью метода наименьших квадратов.

Построим две параметрические модели для исследуемого процесса.

Результаты моделирования представлены на рисунке 15.

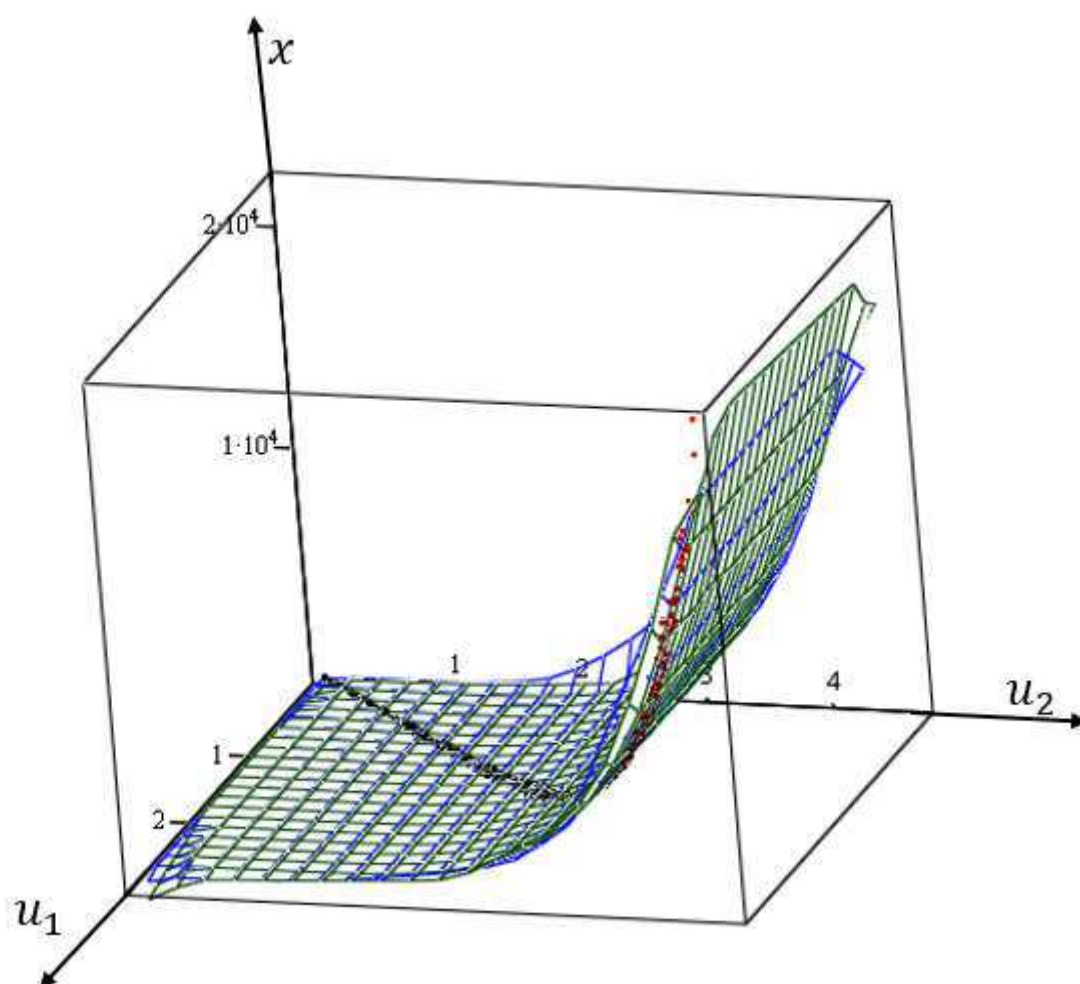


Рисунок 15 - Параметрические модели «трубчатого» процесса

На рисунке 15 видно, что параметрические модели представляют собой поверхности и не являются адекватными, поэтому включим в одну из наших параметрических моделей индикаторную функцию

$$\hat{x} = I_s(\alpha_1 |u_1| + \alpha_2 u_2^6). \quad (29)$$

На рисунке 16 представлены результаты моделирования с использованием индикаторной функции.

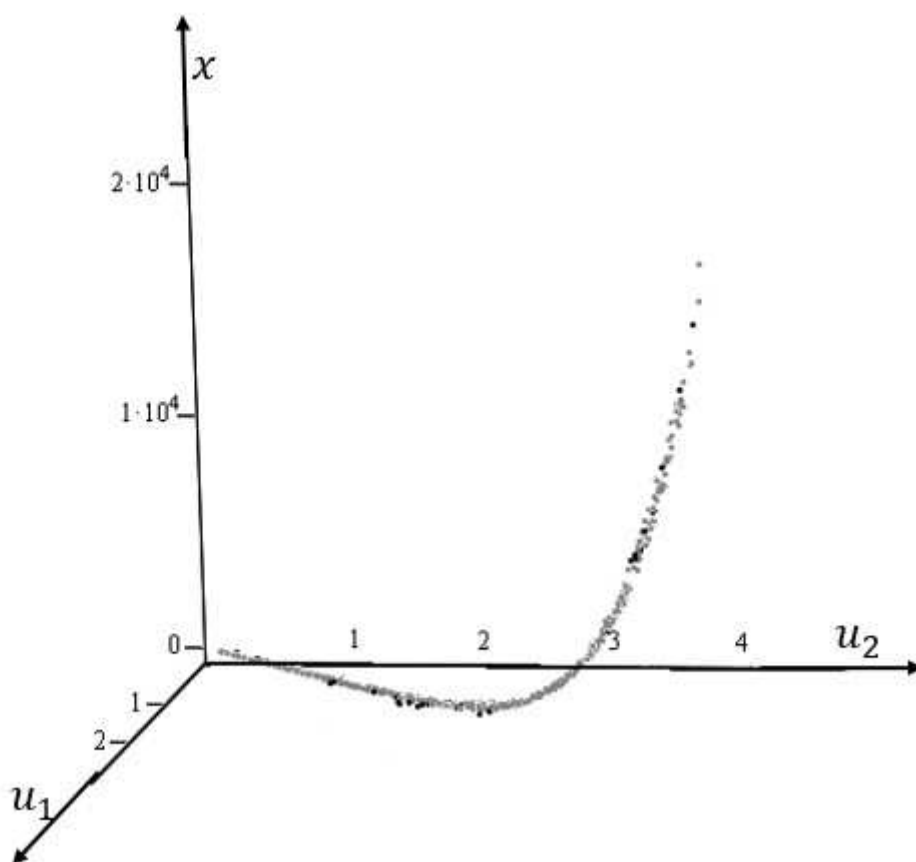


Рисунок 16 - Модель «трубчатого» процесса с использованием индикатора

На рисунке 16 видно, что после дополнения параметрической модели (28) индикаторной функцией модель получилась адекватна.

Если нам известны интервала изменения входных и выходных переменных процесса, мы может вычислить какой «объем» от общей области протекания

занимает процесс «трубчатой» структуры. Для этого воспользуемся следующей формулой

$$V^H = \frac{q^H}{q} * 100, \quad (30)$$

где q – объем выборки наблюдений объекта исследования, q^H – количество точек, определяющих «трубчатый» процесс в результате моделирования.

Пусть исследуемый процесс описывается системой уравнений (10), рассмотренной ранее, где u_1, u_2 - компоненты вектора входа процесса, распределенные по равномерному закону распределения в интервале $[0;3]$, ξ и ψ - случайные числа, распределенные по равномерному закону. Параметрическая модель примет вид уравнения (12).

Для этого процесса (10) мы посмотрим две параметрические модели (12) с разными значениями стохастических компонентов. Для первой модели ξ и ψ будут распределены в интервале $[-0,05; 0,05]$. Вычислим объем этого процесса варьируя значения выборки S . Результаты экспериментов представлены таблице 2.

Таблица 2 – Вычисление объема Н-процесса

№	q	q^H	V^H
1	300	37	12,3
2	500	59	11,8
3	1000	120	12
4	1500	205	13,6
5	2000	266	13,3

Для второй модели ξ и ψ будут распределены в интервале $[-0,1;0,1]$. Так же вычислим объем этого процесса варьируя значения выборки S . Результаты экспериментов представлены в таблице 3.

Таблица 3 - Вычисление объема «трубчатого» процесса

№	q	q^H	V^H
1	300	47	15,6
2	500	71	14,2
3	1000	156	15,6
4	1500	241	16,06
5	2000	343	17,15

Рассмотрим следующий процесс. Пусть он описывается системой уравнений (15), рассмотренной ранее, где u_1, u_2 - компоненты вектора входа процесса, распределенные по равномерному закону распределения в интервале $[0;3]$, ξ и ψ - случайные числа, распределенные по равномерному закону. Параметрическая модель примет вид уравнения (17).

Так же для этого процесса мы посмотрим две параметрические (17) модели с разными значениями стохастических компонентов. Для первой модели ξ и ψ будут распределены в интервале $[-0,05;0,05]$. Результаты экспериментов представлены в таблице 4.

Таблица 4 - Вычисление объема Н-процесса

№	q	q^H	V^H
1	300	33	11
2	500	52	10,4
3	1000	108	10,8

Окончание таблицы 4

№	q	q^H	V^H
4	1500	178	11,8
5	2000	255	12,75

Для второй модели ξ и ψ будут распределены в интервале $[-0,1;0,1]$.
Результаты экспериментов представлены в таблице 5.

Таблица 5 - Вычисление объема Н-процесса

№	q	q^H	V^H
1	300	46	15,3
2	500	77	15,4
3	1000	160	16
4	1500	235	15,6
5	2000	338	16,9

Следующий процесс описывается системой уравнений (18), рассмотренной ранее. Параметрическая модель примет вид уравнения (20).

Для первой модели ξ и ψ распределены в интервале $[-0,05;0,05]$.
Результаты экспериментов представлены в таблице 6.

Таблица 6 - Вычисление объема процесса «трубчатой» структуры

№	q	q^H	V^H
1	300	35	11,6
2	500	57	11,4
3	1000	115	11,5
4	1500	190	12,6
5	2000	274	13,7

Для второй модели ξ и ψ будут распределены в интервале $[-0,1;0,1]$.
Результаты экспериментов представлены в таблице 7.

Таблица 7 - Вычисление объема Н-процесса

№	q	q^H	V^H
1	300	47	15,6
2	500	74	14,8
3	1000	155	15,5
4	1500	238	15,8
5	2000	333	16,65

Далее процесс описывается системой уравнений (21), рассмотренной ранее. Параметрическая модель примет вид уравнения (23).

Для первой модели ξ и ψ распределены в интервале $[-0,05;0,05]$.
Результаты экспериментов представлены в таблице 8.

Таблица 8 – Вычисление объема «трубчатого» процесса

№	q	q^H	V^H
1	300	34	11,3
2	500	62	12,4
3	1000	116	11,6
4	1500	185	12,3
5	2000	261	13,05

Для второй модели ξ и ψ будут распределены в интервале $[-0,2;0,2]$.
Результаты экспериментов представлены в таблице 9.

Таблица 9 - Вычисление объема Н-процесса

№	q	q^H	V^H
1	300	70	23,3
2	500	118	23,6
3	1000	247	24,7
4	1500	369	24,6
5	2000	463	23,15

Следующий процесс описывается системой уравнений (24), рассмотренной ранее. Параметрическая модель примет вид уравнения (26).

Для первой модели ξ и ψ распределены в интервале $[-0,03; 0,03]$. Результаты экспериментов представлены в таблице 10.

Таблица 10 - Вычисление объема «трубчатого» процесса

№	q	q^H	V^H
1	300	34	11,3
2	500	53	10,6
3	1000	106	10,6
4	1500	179	11,9
5	2000	248	12,4

Для второй модели ξ и ψ будут распределены в интервале $[-0,15; 0,15]$. Результаты экспериментов представлены в таблице 11.

Таблица 11 - Вычисление объема «трубчатого» процесса

№	q	q^H	V^H
1	300	59	19,6
2	500	94	18,8

Окончание таблицы 11

№	q	q^H	V^H
3	1000	202	20,2
4	1500	301	20,06
5	2000	408	20,4

Последний процесс описывается системой уравнений (27), рассмотренной ранее. Параметрическая модель примет вид уравнения (29).

Для первой модели ξ и ψ распределены в интервале $[-0,03; 0,03]$. Результаты экспериментов представлены в таблице 12.

Таблица 12 - Вычисление объема «трубчатого» процесса

№	q	q^H	V^H
1	300	37	12,3
2	500	63	12,6
3	1000	123	12,3
4	1500	190	12,6
5	2000	253	12,65

Для второй модели ξ и ψ будут распределены в интервале $[-0,25; 0,25]$. Результаты экспериментов представлены в таблице 13.

Таблица 13 - Вычисление объема «трубчатого» процесса

№	q	q^H	V^H
1	300	75	25
2	500	120	24
3	1000	261	26,1
4	1500	361	24,06

Окончание таблицы 13

№	q	q^H	V^H
5	2000	523	26,15

По проведенным результатам, можно сделать вывод о том, что с ростом стохастических компонентов объем протекания трубчатого процесса увеличивается.

3.2 Разработанный программный модуль

Моделирование «трубчатого» процесса и алгоритм вычисления объема области протекания этого процесса были реализованы в виде программного продукта. Главное окно имеет вид, представленный на рисунке 17.



Рисунок 17 - Интерфейс программного модуля

С правой стороны в окне «a1» и «a2» пользователь вводит значения коэффициентов. Далее пользователь вводит значение помехи и объема выборки. После чего нажимает кнопку «Пуск».

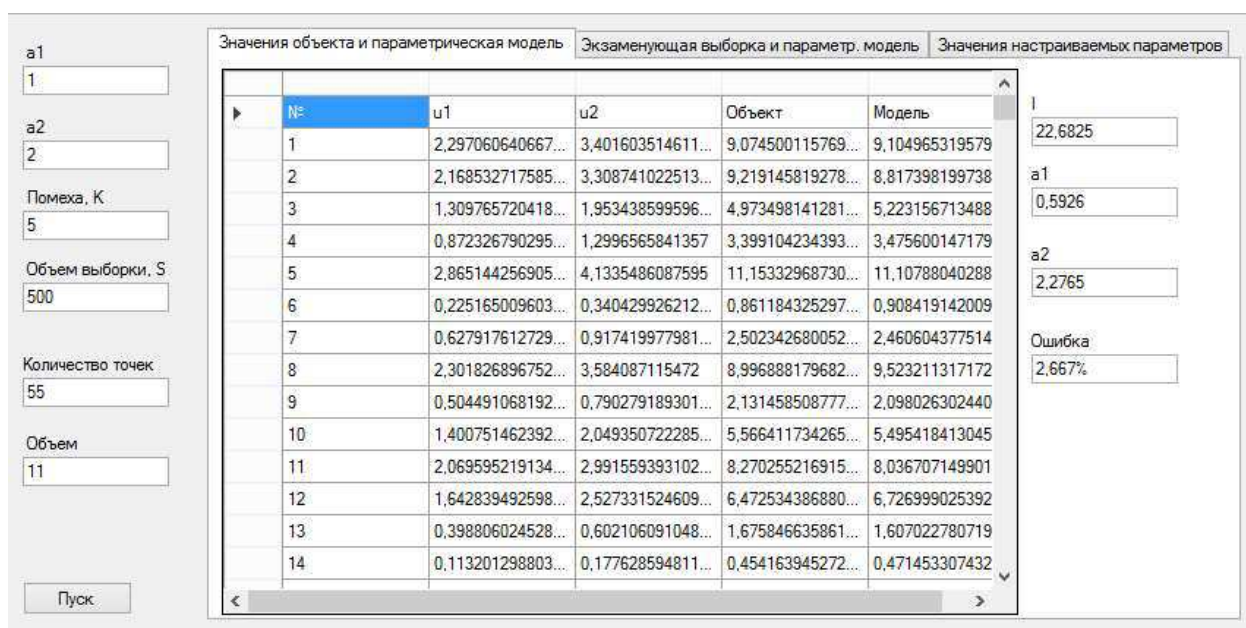


Рисунок 18 – Результат работы программы

На рисунке 18 представлена вкладка «Значения объекта и параметрическая модель». В таблице выводятся выходные переменные, значения объекта и модели. Справа в окне «I» показывается значение квадратичного критерия, с помощью которого мы находим близость модели к истинным значениям. В окне «a1» и «a2» выводятся оценки коэффициентов. И ниже в окне «Ошибка» показывается значение ошибки моделирования.

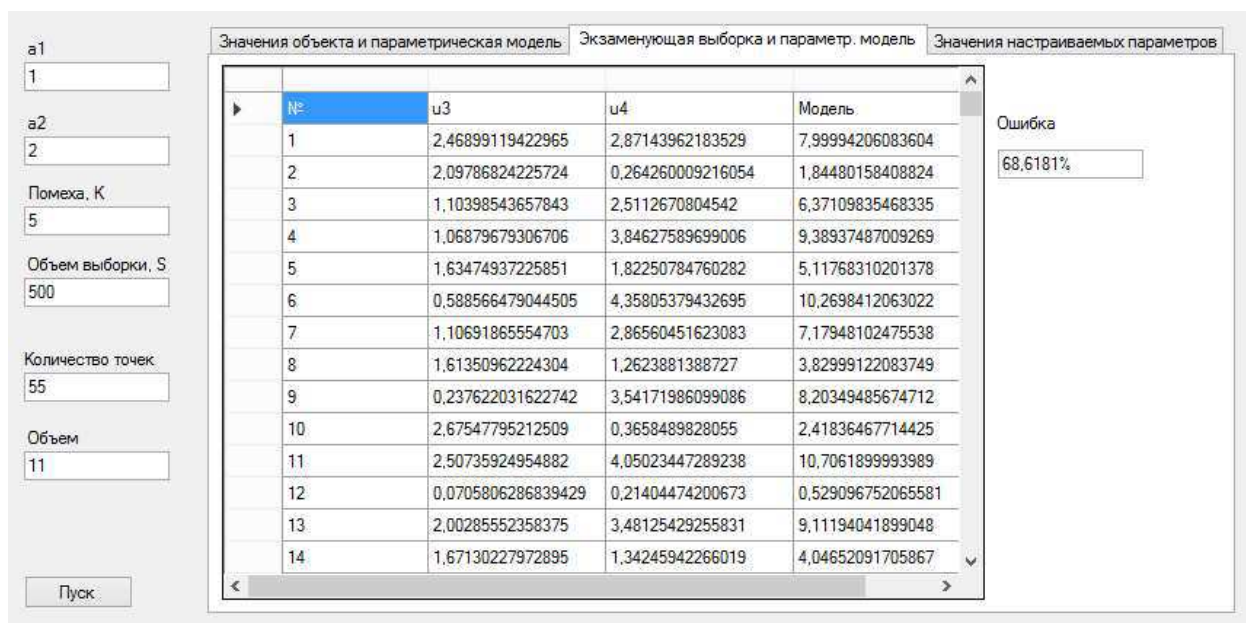


Рисунок 19 – Результат работы программы

На рисунке 19 во вкладке «Экзаменуемая выборка и параметрическая модель» в таблице показаны значения выходных переменных экзаменуемой выборки и модели, куда подставлялись оценки коэффициентов, выведенные на предыдущей вкладке справа в окнах «a1» и «a2». Также в окне «Ошибка» выведено значение ошибки моделирования.

N=	I	c_s	Значение индикатора	Модель
1	6,019	0,1	0	0
2	6,018	0,2	0	0
3	6,016	0,3	0	0
4	6,015	0,4	0	0
5	6,014	0,5	0	0
6	6,013	0,6	0	0
7	6,013	0,7	0	0
8	6,013	0,8	0	0
9	6,013	0,9	0	0
10	6,013	1	0	0
11	6,013	1,1	0,091	10,7061899993989
12	6,014	1,2	3,469	0,529096752065581
13	6,014	1,3	0	0
14	6,015	1,4	0	0

Параметры: a1 = 1, a2 = 2, Помеха, K = 5, Объем выборки, S = 500, Количество точек = 55, Объем = 11. Оптимальное значение c_s = 0,8.

Рисунок 20 – Результат работы программы

На рисунке 20 показана последняя вкладка программы «Значения настраиваемых параметров». В столбце «I» выведены значения квадратичного критерия. В следующем столбце «c_s» выведены значения параметра размытости. И в окне «Оптимальное значение c_s» показывается величина при которой мы находим индикаторную функцию. Далее в столбце «Значение индикатора» выводится вычисленное значение индикаторной функции. И в последнем столбце представлен результат моделирования с использованием индикаторной функции.

Выводы

В третьей главе выпускной квалификационной работе были проведены численные исследования «трубчатых» процессов. В приведенных примерах было показано, что параметрические методы моделирования «трубчатых» процессов дают не точные, грубые результаты, поэтому была введена индикаторная функция. После этого на представленных графиках было видно, что задача идентификации Н-процессов с применением индикаторной функции решается достаточно точно. Были построены параметрические модели как для объектов описывающихся линейной функцией, так и для объектов, имеющих вид алгебраической и трансцендентной функциями.

Было вычислено, какой «объем» от общей области протекания процесса занимает процесс «трубчатой» структуры, для этого использовалась идея метода Монте-Карло. Для вычисления объема параметрические модели были построены с разными значениями стохастических компонентов. В результате экспериментов сделан вывод о том, что с ростом значений стохастических компонентов объем протекания «трубчатого» процесса увеличивается.

Также было выяснено, что методы непараметрической идентификации при работе с Н-процессами в модификации не нуждаются. Это обусловлено тем, что непараметрические методы относятся к классу локальных аппроксимаций.

Моделирование «трубчатого» процесса и алгоритм вычисления объема области протекания этого процесса были реализованы в виде программного модуля.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В выпускной квалификационной работе были рассмотрены определения моделирования. Было выяснено, что при решении задач идентификации априорная информация может оказаться определяющей при моделировании исследуемого процесса. Приведено несколько этапов задачи идентификации. Рассмотрены определения идентификации в «узком» и «широком» смысле.

Исследовано решение задачи идентификации с помощью параметрического и непараметрического методов. Проведены исследования процесса, особенностью которого является стохастическая зависимость между компонентами вектора входных переменных. При моделировании такого рода объектов следует учитывать ряд его особенностей и использовать Н-модели. Модели процессов, имеющих «трубчатую» структуру, относятся к категории новых по сравнению с ранее рассмотренными моделями в теории идентификации.

На примере было показано, что область протекания такого процесса никогда не известна и при моделировании должна подлежать определению. Также показано, что традиционные методы моделирования при работе с процессами «трубчатого» типа не справляются и для исправления этого недостатка, было предложено дополнение параметрического алгоритма идентификации индикаторной функцией, которая определяет область протекания Н-процесса.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Перегудов, Ф. И. Введение в системный анализ / Ф. И. Перегудов, Ф. П. Тарасенко. – Москва: Высш. шк., 1989. 33-35 с.
2. Родионов, И. Б. Теория систем и системный анализ. [Электронный ресурс]: Лекция 9: Классификация видов моделирования систем. – Режим доступа: <http://victor-safronov.ru/systems-analysis/lectures/rodionov/08.html>.
3. Дилигенская, А. Н. Идентификация объектов управления: учебное пособие / А. Н. Дилигенская. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т., 2009. – 9-21 с.
4. Медведев, А. В. Теория непараметрических систем. Общий подход / А. В. Медведев // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета имени академика М. Ф. Решетнева. – 2008. – №3.
5. Медведев, А. В. Некоторые замечания к Н-моделям безынерционных процессов с запаздыванием / А. В. Медведев // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета имени академика М. Ф. Решетнева. – 2014. – №2.
6. Ярушкина, Н. Г. Интеллектуальный анализ временных рядов: учебное пособие / Н. Г. Ярушкина, Т. В. Афанасьева, И. Г. Перфильева. – Ульяновск: УлГТУ, 2010. – 320 с.
7. Мешков, Н. А. Исследование систем управления: Управление инновациями и инвестициями: учебное пособие / Н. А. Мешков, Ю.А. Крупнов; под общ. ред. В. М. Четверикова. – М.: МИЭМ, 2011. – 106 с.
8. Спиди, К. Теория управления (идентификация и оптимальное управление) / К. Спиди, Р. Браун, Дж. Гудвин. – Москва: Мир, 1973. – 248 с.
9. Цыпкин, Я. З. Основы информационной теории идентификации / Я. З. Цыпкин. – Москва: Наука, 1984. - 320 с.
10. Эйкхофф, П. Основы идентификации систем управления / П. Эйкхофф. – Москва: Мир, 1975. – 686 с.

11. Зоркальцев, В. И. Метод наименьших квадратов: геометрические свойства, альтернативные подходы, приложения / В. И. Зоркальцев. – Новосибирск: ВО «Наука», 1995. – 220 с.
12. Бабешко, Л. О. Основы эконометрического моделирования: учебное пособие / Л. О. Бабешко. – Изд. 4-е. – Москва: Ком Книга, 2010. – 432 с.
13. Лоусон, Ч. Численное решение задач метода наименьших квадратов. / Лоусон Ч., Хенсон Р. Пер. с англ. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 232 с.
14. Турчак Л.И. Основы численных методов / Л.И. Турчак. – Москва: Наука, 1987. – 320 с.
15. Рубан, А. И. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебно-методическое пособие / А. И. Рубан. – Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2012.
16. Огарков, М. А. Методы статистического оценивания параметров случайных процессов / М. А. Огарков. – Москва: Энергоатомиздат, 1990. – 208 с.
17. Саридис, Дж. Самоорганизующиеся стохастические системы управления / Дж. Саридис – М.: Наука, 1980. – 400 с.
18. Сейдж, Э. П. Идентификация систем управления. / Э. П. Сейдж, Дж.Л. Мелса – М.: Наука, 1974. – 248 с.
19. Сейдж, Э. П. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. / Э. П. Сейдж, Дж.Л. Мелса. – М.: Связь, 1976. – 496 с.
20. Куржанский, А. Б. Задача идентификации – теория гарантированных оценок / А. Б. Куржанский // Автомат и телемех. –1991. – № 4. С.3–26.
21. Бендат, Дж. Измерение и анализ случайных процессов / Дж. Бендат, А. Пирсол. – Москва: Мир, 1974. – 463 с.
22. Бендат, Дж. Применения корреляционного и спектрального анализа / Дж. Бендат, А. Пирсол. – Москва: Мир, 1983. – 312 с.

23. Семенов, А. Д. Идентификация объектов управления: учебное пособие / А. Д. Семенов, Д. В. Артамонов, А. В. Брюхачев. – Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2003. – 211 с.
24. Алексеев, А. А. Теория управления / А. А. Алексеев, Д. Х. Имаев, Н. Н. Кузьмин, В. Б. Яковлев. – СПб.: Изд-во СПбГЭТУ "ЛЭТИ", 1999. - 435 с.
25. Налимов, В. В. Теория эксперимента / В. В. Налимов. – Москва: Наука, 1971. – 208 с.
26. Клячкин, В. Н. Статистические методы в управлении качеством: компьютерные технологии: учебное пособие / В. Н. Клячкин. – Москва: Финансы и статистика; ИНФРА-М, 2009. – 304 с.
27. Бойко, Р. С. Н-модели одного класса термических процессов / Р. С. Бойко, Я. И. Демченко, А. В. Медведев // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. – 2011. – №7.
28. Журавлева, Л. Н. Изучение окисления растительных масел при высокотемпературном нагреве во фритюре и разработка способов повышения их стабильности: автореф. дис. ... канд. технических наук: 05.18.06 / Журавлева Людмила Николаевна. – Санкт-Петербург, 2009. – 24 с.
29. Лапко, А.В. Адаптивные модели сложных технологических процессов. Адаптивные системы и их приложения / А. В. Лапко, А. В. Медведев, А. Г. Николаев. – Новосибирск: Наука, 1978. – 143-158 с.
30. Волков, В. И. Диалоговая система оптимизации и принятия решений для управления производственным комплексом с непрерывным характером технологического процесса / В. И. Волков, Б. В. Казаков, А. В. Медведев. – Красноярск: Препринт ВЦ СО АН РАН СССР №14, 1985. – 33 с.
31. Медведев, А. В. Информатизация управления: учебное пособие / А. В. Медведев. – Красноярск: САА, 1995. – 80 с.
32. Медведев, А. В. Анализ данных в задаче идентификации. Компьютерный анализ данных моделирования / А. В. Медведев. Минск: БГУ, 1995. Т. 2. – 201-206 с.

33. Чжан, Е. А. О компьютерном исследовании Н-моделей для дискретно-непрерывных процессов / Е. А. Чжан // Интернет-журнал науковедение. – 2015. – №6(31).

34. Медведев, А. В. Н-модели для безынерционных систем с запаздыванием/ А. В. Медведев // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета имени академика М. Ф. Решетнева. – 2012. – №5 (45). – С. 84-89.

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт космических информационных технологий
Базовая кафедра интеллектуальных систем управления

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой



Ю.Ю. Якунин

«11» июня 2018 г.

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

27.03.03 «Системный анализ и управление»

Н-модели дискретно-непрерывных процессов с запаздыванием

Руководитель


подпись, дата

ст. преподаватель
должность, ученая степень

Чжан Е. А.
инициалы, фамилия

Выпускник


подпись, дата

Скворцова И. И.
инициалы, фамилия

Красноярск 2018